

Mathematik I WS 2018/19

7. Übungsblatt

4.12.2018

Bei den Aufgaben auf diesem Blatt dürfen Sie keine Differentialrechnung verwenden!

Aufgabe 7.1. Berechnen Sie anhand der Definitionen der hyperbolischen Funktionen die Identitäten

- (a) $\sinh(x + y) = \sinh(x) \cosh(y) + \cosh(x) \sinh(y)$,
- (b) $\cosh(x + y) = \cosh(x) \cosh(y) + \sinh(x) \sinh(y)$,
- (c) $\cosh(x)^2 - \sinh(x)^2 = 1$.

Aufgabe 7.2. Untersuchen Sie ob die folgenden Grenzwerte existieren und geben Sie gegebenenfalls ihren Wert an:

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 5}}{x} \qquad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{\sinh(x)} \qquad (c) \lim_{x \rightarrow -\infty} \tanh(x)$$

Aufgabe 7.3. Für welche Werte $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ist die folgende Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig?

$$f(x) = \begin{cases} \sinh(ax) + 5 & \text{für } x \leq 0 \\ b \cdot \frac{x^2 + 3x + c}{x - 2} & \text{für } 0 \leq x < 2 \\ x^2 + 3x + \frac{d}{x^2} & \text{für } x \geq 2 \end{cases}$$

Aufgabe 7.4. Für welche Werte $a, b, c \in \mathbb{R}$ ist die Funktion

$$f(x) = \frac{x^4 - 6x^3 + ax^2 + bx + c}{x^3 - 9x^2 + 14x}$$

auf ganz \mathbb{R} stetig fortsetzbar?

Aufgabe 7.5. Sei

$$f(x) = \frac{x^3 + 5x^2 - 8x - 12}{x^3 - 3x^2 + 4}.$$

Bestimmen Sie die größtmögliche Definitionsmenge D für f . An welchen Punkten in $\mathbb{R} \setminus D$ ist f stetig fortsetzbar? Geben Sie für diese Punkte den dazugehörigen Funktionswert der stetigen Fortsetzung an.

Aufgabe 7.6. Sei

$$f(x) = \frac{e^{2x} - 9e^x + 24 - 20e^{-x}}{e^{2x} - e^x - 8 + 12e^{-x}}.$$

Bestimmen Sie die größtmögliche Definitionsmenge D für f . An welchen Punkten in $\mathbb{R} \setminus D$ ist f stetig fortsetzbar? Geben Sie für diese Punkte den dazugehörigen Funktionswert der stetigen Fortsetzung an.