

**Mathematik I WS 2018/19**  
**9. Übungsblatt**  
**8.1.2019**

Versuchen Sie auf diesem Blatt so viel wie möglich auf die zweite Ableitung zu verzichten.

**Aufgabe 9.1.** Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( 3^{1-\sqrt{1+x}} - 3^{-1-\sqrt{1-x}} \right)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos(2x))^{1/x^2}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt[3]{x^2 - 4}}{\sqrt{x^2 + 3x - 10}}$

**Aufgabe 9.2.** Bestimmen Sie für die Funktion

$$f : [0, 7) \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{1}{91 - 27x + 9x^2 - x^3}$$

alle lokalen und globalen Maxima und Minima sowie das Monotonieverhalten (d.h. die maximalen Intervalle, auf denen  $f$  monoton ist).

**Aufgabe 9.3.** Bestimmen Sie zur Funktion

$$f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^{42} \sqrt{1 - x^2}$$

alle Extremstellen und Fixpunkte (d.h. alle  $x \in [-1, 1]$  sodass  $f(x) = x$ ) sowie das Monotonieverhalten. Geben Sie außerdem an, ob es sich bei den Extremstellen um globale oder nur um lokale Maxima/Minima handelt.

**Aufgabe 9.4.** Für  $a \in \mathbb{R}$  betrachten wir die Funktion

$$f_a(x) = \frac{7 - 6a}{x^2 - (7 + 6a)x + 42a}.$$

Bestimmen Sie den Definitionsbereich, die Nullstellen und die Maxima und Minima von  $f_a$  in Abhängigkeit von  $a$ .

**Aufgabe 9.5.** Bestimmen Sie zur Funktion

$$f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \cos(x) + \sin(x)^2$$

alle Nullstellen, Extremstellen sowie das Monotonieverhalten und skizzieren Sie die Funktion.

**Aufgabe 9.6.** Bestimmen Sie zur Funktion

$$f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$$

den maximalen Definitionsbereich, alle Extremstellen und Wendepunkte sowie das Krümmungsverhalten. Geben Sie außerdem an, ob es sich bei den Extremstellen um globale oder nur lokale Maxima/Minima handelt. Skizzieren Sie die Funktion.