Tutorium Mathematik II, M

21. Juni 2019

***Aufgabe 1.** Bestimmen Sie sämtliche Lösungen der Differentialgleichung

$$y' + (x^2+1)y^2 - \left(6x + \frac{4}{x}\right) y + \frac{6}{x^2} + 9 = 0, \quad x > 0.$$

Aufgabe 2. Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Maxima und Minima der Funktion

$$f(x,y) = (x+1)e^{-x} + (y-1)e^{y}$$

auf dem Bereich, der durch

$$9x^2 + 4y^2 \leq 36$$

definiert ist.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie die Bogenlänge der Raumkurve

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} e^t(t^2 - 2t + 2) \\ \sqrt{10}e^t(t-1) \\ 5e^t \end{pmatrix}$$

in Abhängigkeit von t. Zum Zeitpunkt $t = 0$ soll die Bogenlänge 0 betragen.

Aufgabe 4. Gegeben sei das Gebiet

$$B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4 \wedge (x+2)^2 + y^2 \leq 8\}.$$

(a) Bestimmen Sie die Fläche von B ($\rho = 1$).

(b) Bestimmen Sie den Schwerpunkt von B.

Die mit * markierte Aufgabe wird vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2: Im Inneren ist $(0,0)$ ein Sattelpunkt. Am Rand sind $(\pm 2,0)$ lokale Minima ($(-2,0)$ auch global) und $(0,\pm 3)$ lokale Maxima ($(0,3)$ auch global).

Lösung von Aufgabe 3: Die Bogenlänge beträgt $e^t(t^2-2t+7)-7$.

Lösung von Aufgabe 4: Die Gesamtmasse beträgt 4 und der Schwerpunkt liegt bei $(\pi-2,0)$.