

Tutorium Mathematik II, M

28. Juni 2019

Aufgabe 1. Welcher Kegelschnitt wird durch die Gleichung

$$5x^2 + 2xy - 16y^2 - 2x + 50y = 39$$

definiert? Für die Lösung sollten Sie angeben: Typ (Ellipse, Hyperbel, etc.) des Kegelschnittes, seine Lage und Ausrichtung (Verschiebungsvektor und Drehwinkel) sowie gegebenenfalls seine Halbachsen, Scheitelpunkte, Steigung, etc.

Aufgabe 2. Bestimmen Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$y''' - 8y'' + 20y' - 16 = e^x + e^{2x} + e^{3x}$$

Aufgabe 3. Ermitteln Sie alle lokalen Maxima und Minima der Funktion

$$f(x, y) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$$

unter der Nebenbedingung

$$\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 1.$$

Aufgabe 4. Mit B_2 bezeichnen wir die Kugel im \mathbb{R}^3 mit Radius 2 und Mittelpunkt im Ursprung. Wir betrachten den Körper

$$K = B_2 \cap \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x, y, z \geq 0\},$$

dieser habe konstante Dichte $\rho(x, y, z) = 1$. Berechnen Sie

(a) den Schwerpunkt (x_S, y_S, z_S) von K ,

(*Hinweis: Es gilt $x_S = y_S = z_S$. Eine Kugel von Radius R hat das Volumen $\frac{4}{3}\pi R^3$.*)

(b) das Trägheitsmoment von K bezüglich der z -Achse.