Tutorium Mathematik II, M

22. März 2019

***Aufgabe 1.** Gegeben sind die Basen

$$B = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right)$$

$$C = \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right)$$

des $\mathbb{R}^3$, sowie die Vektoren $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ mit den Koordinaten

$$\vec{u}_B = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \vec{u}_B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{u}_B = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

bezüglich B. Bestimmen Sie

(a) die Koordinaten von $\vec{u}$ bezüglich der Standardbasis,

(b) die Koordinaten von $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ bezüglich der Basis C und

(c) die Transformationsmatrix von der Basis B auf die Basis C.

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Aufgabe 2. Gegeben sind die folgenden Basen sowie die Vektoren mit Koordinaten bezüglich der jeweiligen Basis:

$$A = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \right), \qquad \vec{u}_A = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$B = \left(\begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \right), \qquad \vec{v}_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$C = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \right), \qquad \vec{w}_C = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die Koordinaten von $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ bezüglich der anderen Basen sowie alle Transformationsmatrizen zwischen den verschiedenen Basen.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie die Transformationsmatrizen von der Basis B auf die Basis C und von der Basis C auf die Basis B.

$$B = \left(\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

$$C = \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2 Die Transformationsmatrizen sind

$$T_{A\to B} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}, \qquad T_{A\to C} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{5}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \qquad T_{B\to C} = \begin{pmatrix} -2 & -\frac{7}{4} \\ -1 & \frac{3}{4} \end{pmatrix},$$

$$T_{B\to A} = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad T_{C\to A} = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad T_{C\to B} = \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}.$$

Als Koordinatenvektoren erhalten wir

$$\vec{u}_B = \begin{pmatrix} 18 \\ 26 \end{pmatrix}, \qquad \vec{v}_A = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{w}_A = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\vec{u}_C = \begin{pmatrix} \frac{19}{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}, \qquad \vec{v}_C = \begin{pmatrix} \frac{7}{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}, \qquad \vec{w}_B = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Lösung von Aufgabe 2 Die Transformationsmatrizen sind

$$T_{B\to C} = \begin{pmatrix} -13 & -24 & -2 \\ -3 & -4 & -1 \\ 17 & 33 & 2 \end{pmatrix},$$

$$T_{C\to B} = \begin{pmatrix} 25 & -18 & 16 \\ -11 & 8 & -7 \\ -31 & 21 & -20 \end{pmatrix}.$$