Tutorium Mathematik II, M

29. März 2019

***Aufgabe 1.** Stellen Sie für die folgenden Differentialgleichungen, falls möglich, einen speziellen Ansatz auf und bestimmen Sie damit eine partikuläre Lösung.

$$y''' + 4y'' + 4y' = \sinh(2x) - x$$
$$y''' + 4y'' + 4y' = \frac{e^{2x}}{x}$$

Aufgabe 2. Stellen Sie für die folgenden Differentialgleichungen, falls möglich, einen speziellen Ansatz auf und bestimmen Sie damit eine partikuläre Lösung.

(a) $y'' - 6y' - 7y = 3\cosh(x) - 260e^{2x}\cos(x)$

(b) $y'' + 3y' + 8y = 32x + 20$

(c) $y'' - y' - 12y = e^{-3x} + \tan(x)$

(d) $y'' - 2y' - 8y = 6e^{-2x} + 12e^{4x} + 170\sin(x) + 85\cos(x)$

(e) $y'' - 4y' + 13y = 16\sin(-3x) + 8\cos(3x) + 9e^{2x}$

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2

(a) Der Ansatz lautet

$$y_P = Ae^x + Bxe^{-x} + e^{2x}(C\sin(x) + D\cos(x))$$

und man erhält die Lösung

$$y_P = -\frac{1}{8}e^x - \frac{3}{16}xe^{-x} + 16e^{2x}\cos(x) + 2e^{2x}\sin(x).$$

(b) Der Ansatz lautet

$$y_P = Ax + B$$

und man erhält die Lösung

$$y_P = 4x + 1.$$

(c) Es ist kein spezieller Ansatz möglich.

(d) Der Ansatz lautet

$$y_P = Axe^{-2x} + Bxe^{4x} + C\sin(x) + D\cos(x)$$

und man erhält die Lösung

$$y_P = -xe^{-2x} + 2e^{4x} - 16\sin(x) + 13\cos(x).$$

(e) Der Ansatz lautet

$$y_P = A\sin(-3x) + B\cos(-3x) + C\sin(3x) + D\cos(3x) + Ee^{2x}.$$

Allerdings wird die Rechnung deutlich einfacher, wenn man verwendet, dass $\sin(-3x) = -\sin(3x)$ und $\cos(-3x) = \cos(3x)$ gilt. Dann wird der Ansatz (mit $F = -A + C$ und $G = B + D$) zu

$$F\sin(3x) + G\cos(3x) + Ee^{2x}$$

und man erhält die Lösung

$$y_P = e^{2x} - \sin(3x) - \cos(3x).$$