

Tutorium Mathematik II, M

12. April 2019

***Aufgabe 1.** Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des inhomogenen Systems

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 5 & -9 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} 4e^t \\ e^t \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2. Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der homogenen Systeme

(a)

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 8 & -7 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} 5e^{2t} \\ -5e^{2t} \end{pmatrix}$$

(b)

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} 6te^t \\ e^t \end{pmatrix}$$

(c)

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} 4 \sin(t)e^{2t} \\ 2 \cos(t)e^{2t} \end{pmatrix}$$

(d)

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} 32 \\ 32t \end{pmatrix}$$

Die mit * markierte Aufgabe wird vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben sind von den Studierenden zu bearbeiten.

Lösung von Aufgabe 2

Achtung, die Darstellungen der Lösungen sind nicht eindeutig!

(a) Die allgemeine Lösung ist

$$\vec{x} = c_1 e^{-t} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + c_2 e^{-3t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + e^{2t} \begin{pmatrix} 3 \\ \frac{8}{3} \end{pmatrix} + e^{4t} \begin{pmatrix} \frac{3}{7} \\ -\frac{1}{7} \end{pmatrix}$$

(b) Die allgemeine Lösung ist

$$\vec{x} = c_1 e^t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 e^t \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right) + e^t \begin{pmatrix} 2t^3 + t^2 \\ t^3 - t^2 + t \end{pmatrix}$$

(c) Die allgemeine Lösung ist

$$\vec{x} = c_1 e^{2t} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 e^{2t} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) + e^{2t} \begin{pmatrix} -4 \cos(t) \\ 6 \sin(t) \end{pmatrix}$$

(d) Die allgemeine Lösung ist

$$\vec{x} = c_1 e^{4t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12t - 8t^2 \\ -20t + 8t^2 \end{pmatrix}$$