# Tutorium Mathematik II, M

3. Mai 2019

**Aufgabe 1.** Gegeben sind die Basen des $\mathbb{R}^3$

$$B = \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \text{ und } C = \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right).$$

Der Punkt $\vec{x}$ habe die Koordinaten

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

bezüglich der Basis $B$. Welche Koordinaten hat er bezüglich der Basis $C$?

**Aufgabe 2.** Ermitteln Sie die komplette Beschreibung (Typ, Verschiebungsvektor, Drehwinkel, ggf. Achsenlängen, Asymptoten etc.) des Kegelschnitts, welcher durch die Gleichung

$$25x^2 - 20xy + 4y^2 + 5x - 2y - 6 = 0$$

definiert wird.

**Aufgabe 3.** Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y^{(4)} - 3y'' - 4y = 10\sin(x) + 25e^x\cos(x)$$

***Aufgabe 4.** Bestimmen Sie diejenige Lösung des inhomogenen Systems

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} 2e^{3t} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

welche die Bedingung

$$\vec{x}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

erfüllt.

**Lösung von Aufgabe 1:**

$$x_C = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

**Lösung von Aufgabe 2:** Der Kegelschnitt besteht aus den zwei Geraden

$$z = \frac{1 \pm 5}{2\sqrt{29}}$$

gedreht um den Winkel $\phi = \arccos\left(\frac{-5}{\sqrt{29}}\right)$. Der Kegelschnitt kann auch geschrieben werden als $(5x - 2y - 2)(5x - 2y + 3)$.

**Lösung von Aufgabe 3:**

$$y[x] = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{2x} + C_3 \sin(x) + C_4 \cos(x) \\ + x\cos(x) - 2e^x \cos(x) - \frac{3}{2} e^x \sin(x)$$

**Lösung von Aufgabe 4:**

$$\vec{x} = e^{3y} \begin{pmatrix} t^2 + 2t \\ t^2 \end{pmatrix}$$