

Mathematik II SS 2018/19

1. Übungsblatt

14.03.2019

Aufgabe 1.1. Seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & 4 & 0 \\ -5 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 8 \\ 7 & 3 & 15 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & 4 & 0 \\ -5 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie (falls möglich) $2A - 3B^T$, $A \cdot C$ und $C \cdot A^T$.

Aufgabe 1.2. Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie das Produkt $A^T \cdot A \cdot A^T$ einmal als $(A^T \cdot A) \cdot A^T$ und einmal als $A^T \cdot (A \cdot A^T)$. Vergleichen Sie den Rechenaufwand.

Aufgabe 1.3. Ermitteln Sie den Rang der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 20 & 19 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -2 & -2 & -6 & 8 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 8 & 0 & 3 \\ 3 & 9 & 8 \\ 8 & 7 & 4 \\ 9 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 1.4. Bestimmen Sie alle Lösungen des linearen Gleichungssystems $A\vec{x} = \vec{0}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -4 & -1 & -5 \\ 6 & 2 & 1 & -2 & 0 \\ -9 & -3 & 0 & 3 & -5 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 1.5. Formulieren Sie das folgende Gleichungssystem in der Form $A\vec{x} = \vec{b}$ und bestimmen Sie die Lösung mit Hilfe des Gaußschen Eliminationsverfahrens.

$$\begin{aligned} 3x + 4z &= 5 \\ 2x - y &= 4 \\ -2x + 4y - 3z &= 5 \end{aligned}$$

Aufgabe 1.6. Bestimmen Sie eine Matrix B , die die Gleichung

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

erfüllt, indem Sie ein lineares Gleichungssystem für die Einträge von B aufstellen und dieses lösen.