

Mathematik II SS 2018/19

10. Übungsblatt

06.06.2019

Aufgabe 10.1. Gegeben ist das Vektorfeld

$$\vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} byz - a^2y \\ xz - 4x + ay^2 \\ bxy - az^2 \end{pmatrix}$$

mit $a, b \in \mathbb{R}$.

(a) Für welche Werte von a, b ist $\vec{v}(x, y, z)$ quellenfrei, für welche Werte ist $\vec{v}(x, y, z)$ wirbelfrei?

(b) Wenn $\vec{v}(x, y, z)$ nicht quellenfrei ist, wo liegen dann die Quellen und Senken?

Aufgabe 10.2. Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktionen

(a) $a(x, y) = x^3 - 6xy - y^3$;

(b) $b(x, y) = 2x^4 - 4x^2y^2 + 3y^4$;

(c) $c(x, y) = \sinh(x)y^2$.

Aufgabe 10.3. Bestimmen Sie die Maxima und Minima der Funktion

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

unter der Nebenbedingung

$$9x^2 + 16y^2 = 144,$$

indem Sie

(a) die Nebenbedingung nach einer Variablen auflösen und in die Funktion einsetzen;

(b) Lagrange Multiplikatoren verwenden;

(c) die Kurve, welche durch die Nebenbedingung beschrieben wird, parametrisieren.

Aufgabe 10.4. Bestimmen Sie alle Extremstellen der Funktion

$$f(x, y) = 4x^3 - x^2y^2 - 4xy^2 - 108x$$

unter der Nebenbedingung

$$xy^3 - x^3y = 0.$$

Aufgabe 10.5. Bestimmen Sie alle Extremstellen der Funktion

$$f(x, y) = x^2 + (y + 1)^2$$

auf den Gebieten

(a) $B_1 = \{(x, y) \mid x^2 + 9y^2 \leq 9\}$;

(b) $B_2 = \{(x, y) \mid x^2 + 9y^2 \geq 9\}$.

Aufgabe 10.6. Bestimmen Sie alle Extremstellen der Funktion

$$f(x, y) = xy^2 - 5x + 2$$

auf dem Gebiet $B = \{(x, y) \mid x^2 - y^2 \leq 1\}$.