

Mathematik II SS 2018/19

11. Übungsblatt

13.06.2019

Aufgabe 11.1. Bestimmen Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$2\frac{y'}{x} + 3xy + 2e^{x^3}y^3 = 0, \quad x > 0.$$

Aufgabe 11.2. Ermitteln Sie für die folgenden Ricattischen Differentialgleichungen eine partikuläre Lösung und formen Sie diese damit in eine Bernoullische Differentialgleichung um. Diese muss dann *nicht* gelöst werden.

(a) $y' + 5xe^{2x}y + xy^2 = -4e^{2x} - 6xe^{4x}$;

(b) $y' + \frac{11}{x^2}y - \frac{11}{x^2}y^2 + 42 + \frac{22}{x} = 0$.

Hinweis: Standardansätze sind $y = ax^b$, $y = ae^{bx}$ oder $y = ax + b$.

Aufgabe 11.3. Stellen Sie fest, ob die folgenden Differentialgleichungen exakt sind und bestimmen Sie ihre Lösungen (gegebenenfalls mit Hilfe eines integrierenden Faktors).

(a) $2y^3 - \frac{3+4x}{y} + \left(2xy^2 + \frac{x+x^2}{y^2}\right)y' = 0$;

(b) $\sin(x) + (y + xy')\cos(x+y) - xy(1+y')\sin(x+y) + y'\cos(y) = 0$.

Aufgabe 11.4. Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Differentialgleichungen sowie ihre Einhüllenden. Stellen Sie dabei die Einhüllenden in der Form $y = f(x)$ oder $x = g(y)$ dar und skizzieren Sie diese Funktionen.

(a) $y = xy' + \frac{1}{y'}$;

(b) $y = xy' + y' - y'\ln(y')$.

Aufgabe 11.5. Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Differentialgleichungen zweiter Ordnung.

(a) $y'' = 4 + \frac{2y'}{x}$;

(b) $y'' = \frac{(y')^2}{y+1}$.

Aufgabe 11.6. Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Differentialgleichungen.

(a) $x^3y''' - 3x^2y'' + 7xy' - 8y = 0$;

(b) $x^3y''' + x^2y'' - 6xy' + 6y = 0$.