

# Mathematik II SS 2018/19

## 7. Übungsblatt

09.05.2019

Die ersten vier Beispiele dieses Zettels sind Wiederholungsbeispiele, die in ähnlicher Form zur Klausur kommen könnten.

**Aufgabe 7.1.** Für welche Werte von  $a, b \in \mathbb{R}$  hat das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 & 5 & 1 \\ a & 0 & 0 & 4 \\ a & 2 & a & 6 \\ 3 & 3 & -5 & -1 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ b \\ 0 \end{pmatrix}$$

(a) keine Lösung, (b) genau eine Lösung, (c) unendlich viele Lösungen?

**Aufgabe 7.2.** Welcher Kegelschnitt wird durch die Gleichung

$$10x^2 - 12xy + 5y^2 - 4x - 6y + 13 = 0$$

definiert? Für die Lösung sollten Sie angeben: Typ (Ellipse, Hyperbel, etc.) des Kegelschnittes, seine Lage und Ausrichtung (Verschiebungsvektor und Drehwinkel) sowie gegebenenfalls seine Halbachsen, Scheitelpunkte, Steigung, etc.

**Aufgabe 7.3.** Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' + y' = 3x^2 + 2e^x$$

(a) mittels Variation der Konstanten;

(b) mit einem speziellen Ansatz.

**Aufgabe 7.4.** Bestimmen Sie die Lösung des Differentialgleichungssystems

$$\dot{\vec{x}}(t) = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 4 \\ -4 & -2 & -5 \end{pmatrix} \vec{x}(t),$$

welche die Anfangsbedingung

$$\vec{x}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

erfüllt.

**Aufgabe 7.5.** Berechnen Sie zur Kurve

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 3 \cos(t) - 2(\cos t)^3 \\ 2(\sin t)^3 \end{pmatrix}$$

für jeden Zeitpunkt  $t$  den Ableitungsvektor  $\dot{\vec{x}}$  und ermitteln Sie alle Zeitpunkte, an welchen dieser Ableitungsvektor horizontal oder vertikal verläuft und an welchen er  $\vec{0}$  ist (singuläre Punkte).

**Aufgabe 7.6.** Wir betrachten die gleiche Kurve wie in Aufgabe 7.5. Bestimmen Sie für  $t \in [0, 2\pi]$  die Bogenlänge  $s(t)$ , wobei  $s(\pi) = 0$  gelten soll. Geben Sie danach die natürliche Parametrisierung  $\vec{x}(s)$  der Kurve an. Welches Intervall durchläuft  $s$  hierbei?

*Hinweis 1: Pythagoras*

*Hinweis 2: Achtung auf Vorzeichen und Beträge!*