Mathematik II SS 2018/19
9. Übungsblatt
23.05.2019

Aufgabe 9.1. Berechnen Sie Krümmung und Torsion der Raumkurve

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 3t^4 + \frac{\sin(42)}{\cos(42)} \\ 8t^3 - e^3 \ln(16) \\ 12t^2 + \frac{\pi^2}{10} \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 9.2. Berechnen Sie Krümmung und Torsion der Raumkurve

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} -2e^t \\ \sinh(t) \\ \cosh(t) \end{pmatrix}.$$

Wann sind Krümmung bzw. Torsion maximal und wann minimal?

Aufgabe 9.3. Bestimmen Sie eine (nach der Bogenlänge parametrisierte) Kurve, für die $\kappa(s) = \frac{3}{5}$ (für alle s), $\tau(s) = -\frac{4}{5}$ (für alle s) und

$$\vec{b}(s) = \begin{pmatrix} \frac{4}{5}\cos(s) \\ -\frac{4}{5}\sin(s) \\ -\frac{3}{5} \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 9.4. Gegeben ist die Funktion

$$f(x, y, z) = \sin(xy + z^2) - x^2y^2 + z - xz^2$$

(a) Bestimmen Sie die Richtungsableitungen von f am Punkt P in die Richtungen $\vec{r}$ und $\vec{s}$, wobei

$$P = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{r} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{s} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

(b) In welche Richtungen ist die Richtungsableitung im Punkt P minimal, in welche Maximal und in welche ist sie Null?

Erinnerung: Richtungen sind immer *normierte* Vektoren.

Aufgabe 9.5. Eine Kurve sei implizit durch die Gleichung

$$(x^2 + y^2)^2 - 2x^2 + 2y^2 = 0$$

gegeben. Ermitteln Sie alle singulären Punkte und alle Punkte, an denen horizontale oder vertikale Tangenten vorliegen. Geben Sie weiters für alle anderen Punkte die Geradengleichung der Tangente an und skizzieren Sie die Kurve.

Aufgabe 9.6. Eine Fläche sei implizit durch die Gleichung

$$xy^2 + y^2z^2 + xz^2 + x^3 = 0$$

gegeben. Ermitteln Sie alle Punkte, an denen die Tangentialebene

(a) Parallel zur xy-Ebene ist;

(b) Parallel zur yz-Ebene ist;

(c) Parallel zur xz-Ebene ist;