

Name:

Matrikelnr.:

Mathematik II Beispielprüfung 1

| | | | | | |
|-----------------|----|----|----|----|---------------|
| <i>Aufgabe:</i> | 1 | 2 | 3 | 4 | |
| <i>Punkte:</i> | 10 | 10 | 10 | 10 | |
| | | | | = | <i>Punkte</i> |

**Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!
Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem
Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer!**

1. Ermitteln Sie die komplette Beschreibung (Typ, Verschiebungsvektor, Drehwinkel, ggf. Achsenlängen, Asymptoten etc.) des Kegelschnitts, welcher durch die Gleichung

$$3x_1^2 + 6x_1x_2 - 5x_2^2 + 9x_1 + x_2 + 5 = 0$$

definiert wird.

2. Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' + 4y' - 21y = 42x + 100e^{3x}.$$

3. Bestimmen Sie sämtliche Lösungen der Riccatischen Differentialgleichung

$$y' + (2x^3 + x)y - xy^2 = x^5 + x^3 + 2x$$

und geben Sie für jede Lösung den Definitionsbereich an.

4. Der Körper

$$K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \geq 0 \wedge y \geq 0 \wedge -1 \leq z \leq 3 \wedge x^2 + y^2 \leq 4\}$$

im \mathbb{R}^3 habe die konstante Dichte $\rho(x, y, z) = 1$. Bestimmen Sie seine Masse und die Koordinaten seines Schwerpunktes.