

Name:

Matrikelnr.:

Mathematik II Beispielprüfung 2

Aufgabe:	1	2	3	4
Punkte:	10	10	10	10
				= Punkte

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!
Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer.

1. Es sei $\alpha \in \mathbb{R}$ eine Konstante. Für welche Werte von α hat das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ -1 & 2 - \alpha & 7 - 3\alpha \\ 3 & 2 + \alpha & 5 + 4\alpha \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 - 2\alpha \\ 14 + 4\alpha \end{pmatrix}$$

- (i) keine Lösungen;
- (ii) genau eine Lösung;
- (iii) unendlich viele Lösungen?

Ermitteln Sie in Fall (iii) die allgemeine Lösung. (10 Punkte)

2. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung (10 Punkte)

$$y'' - 6y' + 9y = \frac{e^{3x}}{x^2 + 1}.$$

3. Gegeben sei die Raumkurve

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \cosh(t) \\ t \\ \sinh(t) \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Berechnen Sie das begleitende Dreibein dieser Kurve, sowie die Bogenlänge im Zeitintervall $t \in [0, T]$. (10 Punkte)

4. Bestimmen Sie alle lokalen Maxima und Minima der Funktion (10 Punkte)

$$f(x, y) = x^2 y^2 - x^2 + y^2$$

auf dem Bereich $x^2 - y^2 \leq 4$.