

Name:

Matrikelnr.:

Mathematik II Beispielprüfung 3

<i>Aufgabe:</i>	1	2	3	4
<i>Punkte:</i>	10	10	10	10
				= <i>Punkte</i>

**Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!
Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem
Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer.**

1. Gegeben seien die Basen

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} \quad \text{und} \quad C = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix} \right\},$$

und der Vektor \vec{v} habe die Darstellung

$$\vec{v}_C = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

bezüglich der Basis C .

- (a) Berechnen Sie die Transformationsmatrix $T_{C \rightarrow B}$ von der Basis C auf die Basis B . (8 Punkte)
- (b) Berechnen Sie die Darstellung \vec{v}_B des Vektors \vec{v} bezüglich der Basis B . (2 Punkte)

2. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des homogenen Differentialgleichungssystems (10 Punkte)

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} -4 & 5 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \\ -3 & 3 & 4 \end{pmatrix} \vec{x}.$$

3. Gegeben sei die ebene Kurve

$$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} t \sin(t) + \cos(t) \\ t \cos(t) - \sin(t) \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie die Krümmung der Kurve zum Zeitpunkt $t > 0$. (5 Punkte)
(b) Berechnen Sie den Mittelpunkt und den Radius des Krümmungskreises der Kurve zum Zeitpunkt $t > 0$. (3 Punkte)
(c) Berechnen Sie den überstrichenen Flächeninhalt im Zeitintervall $[0, 6]$. (2 Punkte)

4. Berechnen Sie das Integral

$$\iint_B 2xe^y dx dy,$$

wobei der Bereich B durch

$$y \leq x^2 + 2, \quad -4 \leq x \leq 2, \quad 2y \geq x - 4$$

definiert ist.

(10 Punkte)