

Diskrete Mathematik für Informatikstudien Sommersemester 2020

1. Übungsblatt (10.3.2020)

Beispiel 1.1. Zeigen Sie durch vollständige Induktion: Für jedes $n \in \mathbb{N}$ hat die Summe $\sum_{k=1}^n (2k - 1)$ der ersten n ungeraden Zahlen den Wert

$$\sum_{k=1}^n (2k - 1) = n^2.$$

Beispiel 1.2. Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass für jedes $n \in \mathbb{N}$ die Zahl

$$10^{2n-1} + 3^{4n-2}$$

durch 19 teilbar ist.

Beispiel 1.3. Der Divisionssatz besagt, dass es für jedes Zahlenpaar $m, n \in \mathbb{N}$ eindeutig bestimmte Zahlen $q \in \mathbb{N}_0$ und $r \in \{0, 1, \dots, m - 1\}$ gibt, sodass $n = qm + r$. Verfassen Sie einen Algorithmus, der bei Eingabe von m und n die Zahlen q und r findet und dabei lediglich die folgenden Operationen/Abfragen verwendet.

- Addition,
- Subtraktion,
- Abfrage, ob eine Gleichung oder Ungleichung wahr ist.

Führen Sie Ihren Algorithmus an der Tafel für das Beispiel $m = 42$ und $n = 314$ durch.

Beispiel 1.4. Bestimmen Sie alle Zahlen $m, n \in \mathbb{N}$, für welche gilt

(a) $\text{ggT}(m, n) = 7$ und $\text{kgV}(m, n) = 2730$ bzw.

(b) $\text{ggT}(m, n) = 1$ und $\text{kgV}(m, n) = 36$.

Hinweis. Sie können verwenden, dass $\text{ggT}(m, n) \cdot \text{kgV}(m, n) = m \cdot n$.