

Diskrete Mathematik für Informatikstudien Sommersemester 2020

3. Übungsblatt (24.3.2020)

Beispiel 3.1. Sei $k \geq 6$ eine natürliche Zahl, für die sowohl $k - 1$ als auch $k + 1$ Primzahlen sind. Zeigen Sie, dass k durch 6 teilbar ist.

Beispiel 3.2. Untersuchen Sie die folgenden Relationen auf Reflexivität, Symmetrie, Antisymmetrie und Transitivität. Welche der Relationen sind Äquivalenzrelationen auf \mathbb{N} , welche sind Ordnungsrelationen?

- (a) $mRn \iff \text{ggT}(m, n) = 24$;
- (b) $mRn \iff m \mid n$;
- (c) $mRn \iff m = n$.

Beispiel 3.3. Untersuchen Sie die folgenden Relationen auf Reflexivität, Symmetrie, Antisymmetrie und Transitivität. Welche der Relationen sind Äquivalenzrelationen auf \mathbb{N} , welche sind Ordnungsrelationen?

- (a) $mRn \iff 2 \mid (m + n)$;
- (b) $mRn \iff 3 \mid (m \cdot n)$.

Beispiel 3.4. Gegeben ist die Relation

$$(m, n)R(p, q) \iff mq = np.$$

Untersuchen Sie, auf welcher der Mengen

- (a) $X = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$,
- (b) $X = (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{R} \setminus \{0\})$

R eine Äquivalenzrelation ist.

Beispiel 3.5. Gegeben ist die Relation $R = \{(a, a), (a, b), (b, b), (c, b), (c, c), (d, d)\}$ auf der Menge $X = \{a, b, c, d\}$.

- (a) Ist R auf X reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch, transitiv?
- (b) Welches ist die kleinste Menge R' , die R enthält und eine Äquivalenzrelation ist?