

# Diskrete Mathematik für Informatikstudien Sommersemester 2020

## 3. Übungsblatt (24.3.2020)

---

**Beispiel 3.1.** Sei  $k \geq 6$  eine natürliche Zahl, für die sowohl  $k - 1$  als auch  $k + 1$  Primzahlen sind. Zeigen Sie, dass  $k$  durch 6 teilbar ist.

**Beispiel 3.2.** Untersuchen Sie die folgenden Relationen auf Reflexivität, Symmetrie, Antisymmetrie und Transitivität. Welche der Relationen sind Äquivalenzrelationen auf  $\mathbb{N}$ , welche sind Ordnungsrelationen?

(a)  $mRn \iff \text{ggT}(m, n) = 24$ ;

(b)  $mRn \iff m \mid n$ ;

(c)  $mRn \iff m = n$ .

**Beispiel 3.3.** Untersuchen Sie die folgenden Relationen auf Reflexivität, Symmetrie, Antisymmetrie und Transitivität. Welche der Relationen sind Äquivalenzrelationen auf  $\mathbb{N}$ , welche sind Ordnungsrelationen?

(a)  $mRn \iff 2 \mid (m + n)$ ;

(b)  $mRn \iff 3 \mid (m \cdot n)$ .

**Beispiel 3.4.** Gegeben ist die Relation

$$(m, n)R(p, q) \iff mq = np.$$

Untersuchen Sie, auf welcher der Mengen

(a)  $X = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ,

(b)  $X = (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{R} \setminus \{0\})$

$R$  eine Äquivalenzrelation ist.

**Beispiel 3.5.** Gegeben ist die Relation  $R = \{(a, a), (a, b), (b, b), (c, b), (c, c), (d, d)\}$  auf der Menge  $X = \{a, b, c, d\}$ .

(a) Ist  $R$  auf  $X$  reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch, transitiv?

(b) Welches ist die kleinste Menge  $R'$ , die  $R$  enthält und eine Äquivalenzrelation ist?