Tutorium Mathematik I, M

Blatt 5

20. November 2020

***Aufgabe 5.1.** Überprüfen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und absolute Konvergenz.

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2 + n}{2n^2 - 1}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2 + n}{2n^3 - n^2 + 4}$

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3(-1)^n n - 4}{2n^2 - n + 5}$ (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot (n-1)!}{(3 + 2(-1)^n) \cdot (2n-1)!}$

Aufgabe 5.2. Überprüfen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und absolute Konvergenz.

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2 - 5) \cdot (n!)^2}{(n+2) \cdot (2n)!}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{4n+8} - \sqrt{4n-1}\right)$

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + (-1)^n}{n^2 - 2n + 15}$ (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2 - 2n + 15}$

(e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{3n}}{n^3 - 2n + 5}$ (f) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{17^n \cdot ((n-1)!)^4}{(2n-1)! \cdot (2n-2)!}$

(g) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n \cos(\frac{\pi n}{4})}{2n+5}\right)^{n+1}$ (h) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n + 42n}{5^n + 3^n + n^2}$

(i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n (2n-1)!}{(n!)^3}$ (j) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5n^2 - 1)^n}{(3n+2)^{2n+1}}$

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben können von den Studierenden bearbeitet werden.

Lösungen der nicht vorgerechneten Aufgaben

Lösung von Aufgabe 5.2. Im Folgenden stehen die reinen Eigenschaften und die Kriterien, über die man sie nachweisen kann. Bei einigen der Reihen können auch andere Kriterien möglich sein.

(a) Die Reihe ist absolut konvergent (Quotientenkriterium).

(b) Die Reihe ist divergent (Minorantenkriterium).

(c) Die Reihe ist divergent (Minorantenkriterium).

(d) Die Reihe ist konvergent (Leibniz-Kriterium), aber nicht absolut konvergent (Minorantenkriterium für die Beträge).

(e) Die Reihe ist absolut konvergent (Majorantenkriterium).

(f) Die Reihe ist divergent (Quotientenkriterium).

(g) Die Reihe ist divergent (Wurzelkriterium).

(h) Die Reihe ist absolut konvergent (Quotientenkriterium oder Majorantenkriterium).

(i) Die Reihe ist absolut konvergent (Quotientenkriterium).

(j) Die Reihe ist absolut konvergent (Wurzelkriterium).