

Mathematik I, M, WS 2020/21
0. Übungsblatt
20.10.2020

Die Aufgaben auf diesem Übungsblatt sind freiwillig! In der ersten Übungseinheit werden nach freiwilliger Meldung unter den anwesenden Personen Leute zum Präsentieren der Lösungen ausgewählt, die dafür auch Tafelpunkte erhalten. Falls Sie zu einer Gruppe gehören, die an diesem Termin nicht für Präsenz vorgesehen ist, können Sie (ebenfalls freiwillig) im TeachCenter schriftliche Lösungen hochladen. Aus den hochgeladenen Lösungen werden ebenfalls einige zufällig ausgewählt und erhalten Tafelpunkte.

Aufgabe 0.1. Schreiben Sie die folgenden Summen mit Hilfe des Summenzeichens \sum

- (a) $3 + 9 + 27 + 81 + \dots + 3^n$
- (b) $1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + 64 - \dots + 1048576$
- (c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42}$
- (d) $-1 + 6 - 11 + 16 - 21 + 26 - \dots + 666$

Aufgabe 0.2. Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass für $n \in \mathbb{N}$ immer

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

gilt.

Aufgabe 0.3. Bei einer Lottoziehung „6 aus 45“ werden aus den Zahlen $1, 2, 3, \dots, 45$ sechs (verschiedene) Zahlen zufällig ausgewählt. Die Reihenfolge der ausgewählten Zahlen spielt dabei keine Rolle. Außerdem wird eine siebte Zahl (verschieden von den sechs ersten Zahlen) gezogen, die „Zusatzzahl“. An der Lotterie nimmt teil, wer einen Tipp mit 6 angekreuzten Zahlen abgibt.

- (a) Wie viele Kombinationen von 6 Zahlen kann man ankreuzen? Wenn Sie jede Woche zweimal jeweils 100 Tipps abgeben, wie lange können Sie dann spielen, ohne eine Kombination zu wiederholen?
- (b) Wie viele verschiedene Ergebnisse der Ziehung „6 aus 45 plus Zusatzzahl“ gibt es?

Aufgabe 0.4. Seien A die Menge aller durch 2 teilbaren Zahlen, B die Menge aller durch 6 teilbaren Zahlen und C die Menge aller durch 10 teilbaren Zahlen. Geben Sie die Mengen

$$A \cup B, \quad B \cup C, \quad C \cup A, \quad A \cap B, \quad B \cap C \quad \text{und} \quad C \cap A$$

in der Schreibweise $\{x \in \mathbb{Z} \mid \dots\}$ an und vereinfachen Sie diese so weit wie möglich. Bestimmen Sie, welche der vorkommenden Mengen Teilmengen der anderen sind.