

**Mathematik I, M, WS 2020/21**  
**2. Übungsblatt**  
**3.11.2020**

**Aufgabe 2.1.** Der *Umkreis* eines Dreiecks ist derjenige Kreis, welcher durch alle drei Eckpunkte verläuft. Finden Sie den Mittelpunkt und Radius des Umkreises von  $ABC$  mit

$$A = \begin{pmatrix} 11 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 2.2.** Wir betrachten die beiden Geraden

$$g: \vec{x} = A + s \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: \vec{x} = B + t \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} -10 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Schnittpunkt  $C$  der beiden Geraden und berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks  $ABC$ .

**Aufgabe 2.3.** Wir betrachten die Geraden

$$e: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad f: \vec{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 14 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad g: x + y = 15 \quad \text{und} \quad h: 2x - y = -24.$$

- (a) Bestimmen Sie eine Darstellung der Gerade  $e$  in Normalform.
- (b) Untersuchen Sie die Lagebeziehungen der vier Geraden sowie gegebenenfalls Abstände, Schnittpunkte und -winkel.

**Aufgabe 2.4.** Gegeben seien die zwei Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 32 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: x - 2y = 11$$

und der Punkt  $P = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie die Abstände von  $P$  zu  $g$  und zu  $h$  und die Punkte auf den Geraden, die jeweils  $P$  am nächsten liegen.

**Aufgabe 2.5.** Es seien  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  und  $\vec{c}$  Vektoren im  $\mathbb{R}^3$ . Zeigen Sie

- (a)  $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$ ,
- (b)  $\langle \vec{a} \times \vec{b}, \vec{c} \rangle = \langle \vec{a}, \vec{b} \times \vec{c} \rangle$ .

**Aufgabe 2.6.** Betrachten Sie die Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 11 \\ 12 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad s, t \in \mathbb{R}.$$

Schneiden  $g$  und  $h$  einander? Falls ja, geben Sie den Schnittpunkt und -winkel an. Falls sie einander nicht schneiden, geben Sie ihren minimalen Abstand an, sowie die Punkte auf den Geraden, welche diesen Abstand zueinander haben.