

Mathematik I, M, WS 2020/21
2. Übungsblatt
3.11.2020

Aufgabe 2.1. Der *Umkreis* eines Dreiecks ist derjenige Kreis, welcher durch alle drei Eckpunkte verläuft. Finden Sie den Mittelpunkt und Radius des Umkreises von ABC mit

$$A = \begin{pmatrix} 11 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2.2. Wir betrachten die beiden Geraden

$$g: \vec{x} = A + s \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: \vec{x} = B + t \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} -10 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den Schnittpunkt C der beiden Geraden und berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC .

Aufgabe 2.3. Wir betrachten die Geraden

$$e: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad f: \vec{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 14 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad g: x + y = 15 \quad \text{und} \quad h: 2x - y = -24.$$

- (a) Bestimmen Sie eine Darstellung der Gerade e in Normalform.
- (b) Untersuchen Sie die Lagebeziehungen der vier Geraden sowie gegebenenfalls Abstände, Schnittpunkte und -winkel.

Aufgabe 2.4. Gegeben seien die zwei Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 32 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: x - 2y = 11$$

und der Punkt $P = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie die Abstände von P zu g und zu h und die Punkte auf den Geraden, die jeweils P am nächsten liegen.

Aufgabe 2.5. Es seien \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} Vektoren im \mathbb{R}^3 . Zeigen Sie

- (a) $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$,
- (b) $\langle \vec{a} \times \vec{b}, \vec{c} \rangle = \langle \vec{a}, \vec{b} \times \vec{c} \rangle$.

Aufgabe 2.6. Betrachten Sie die Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 11 \\ 12 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad s, t \in \mathbb{R}.$$

Schneiden g und h einander? Falls ja, geben Sie den Schnittpunkt und -winkel an. Falls sie einander nicht schneiden, geben Sie ihren minimalen Abstand an, sowie die Punkte auf den Geraden, welche diesen Abstand zueinander haben.