

**Mathematik I, M, WS 2020/21**  
**8. Übungsblatt**  
**12.1.2021**

Versuchen Sie auf diesem Blatt so viel wie möglich auf die zweite Ableitung zu verzichten.

**Aufgabe 8.1.** Bestimmen Sie für die Funktion

$$f(x) = \frac{x-1}{\ln(x)}$$

den maximalen Definitionsbereich, alle Extremstellen sowie das Monotonieverhalten (d.h. die maximalen Intervalle, auf denen  $f$  monoton ist). Geben Sie außerdem an, ob es sich bei den Extremstellen um globale oder nur lokale Maxima/Minima handelt.

**Aufgabe 8.2.** Bestimmen Sie für die Funktion

$$f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^{11} \sqrt{1-x^2}$$

alle Extremstellen und Fixpunkte (d.h. alle  $x \in [-1, 1]$  mit  $f(x) = x$ ) sowie das Monotonieverhalten. Geben Sie außerdem an, ob es sich bei den Extremstellen um globale oder nur lokale Maxima/Minima handelt.

**Aufgabe 8.3.** Für  $a \in \mathbb{R}$  betrachten wir die Funktion

$$f_a(x) = \frac{3-4a}{x^2 - (3+4a)x + 12a}.$$

Bestimmen Sie den Definitionsbereich, die Nullstellen und die Maxima und Minima (lokal und global) von  $f_a$  in Abhängigkeit von  $a$ .

**Aufgabe 8.4.** Bestimmen Sie zur Funktion

$$f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \sin(x) - \cos(x)$$

alle Nullstellen, Extremstellen (lokal und global), Wendepunkte sowie das Krümmungsverhalten.

**Aufgabe 8.5.** Ermitteln Sie den größtmöglichen Definitionsbereich und alle Asymptoten (vertikale und horizontale Asymptoten sowie Asymptoten der Form  $ax + b$ ) der Funktion

$$f(x) = \left(3x - 5 + \frac{2}{x}\right) (1 - e^{-x^2}).$$

**Aufgabe 8.6.** Bestimmen Sie zur Funktion

$$f(x) = \frac{x^3 \left(2 + \frac{1}{\ln(x^2)}\right)}{x^2 + x - 20}$$

den größtmöglichen Definitionsbereich, alle Asymptoten und die Grenzwerte an den Rändern des Definitionsbereiches.