

Tutorium Mathematik II, M

Blatt 7

30. April 2021

***Aufgabe 7.1.** Bestimmen Sie für die Kurve

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8t^3 \\ 6t^4 - 3t^2 \end{pmatrix}$$

und jedes $t \in \mathbb{R}$ die Bogenlänge $s(t)$, wobei $s(0) = 0$ gelten soll. Berechnen Sie anschließend den überstrichenen Flächeninhalt im Zeitintervall $[0, 3]$.

Aufgabe 7.2. Bestimmen Sie für die folgenden Kurven die Bogenlänge $s(t)$ und den überstrichenen Flächeninhalt.

(a) $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t + \frac{9}{t} \\ 6 \ln(t) \end{pmatrix}.$

Die Bogenlänge $s(t)$ ist für alle $t > 0$ zu bestimmen, wobei $s(1) = 0$ gelten soll. Das Zeitintervall für den überstrichenen Flächeninhalt ist $[1, 2]$.

(b) $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(t) \\ t + 2 \end{pmatrix}.$

Die Bogenlänge $s(t)$ ist für alle $t \in \mathbb{R}$ zu bestimmen, wobei $s(0) = 0$ gelten soll. Das Zeitintervall für den überstrichenen Flächeninhalt ist $[0, 2]$.

(c) $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2t^2 - 9t^4 \\ 8t^3 \end{pmatrix}.$

Die Bogenlänge $s(t)$ ist für alle $t \in \mathbb{R}$ zu bestimmen, wobei $s(0) = 0$ gelten soll. Das Zeitintervall für den überstrichenen Flächeninhalt ist $[0, 1]$.

(d) $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\cos(t))^2 \\ \sin(t) \cos(t) \end{pmatrix}.$

Die Bogenlänge $s(t)$ ist für alle $t \in \mathbb{R}$ zu bestimmen, wobei $s(\pi) = 0$ gelten soll. Das Zeitintervall für den überstrichenen Flächeninhalt ist $[0, 2\pi]$.

(e) $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2t - \sin(2t) \\ \cos(2t) \end{pmatrix}.$

Die Bogenlänge $s(t)$ ist für alle $t \in [-\pi, \pi]$ zu bestimmen, wobei $s(0) = 0$ gelten soll. Das Zeitintervall für den überstrichenen Flächeninhalt ist ebenfalls $[-\pi, \pi]$.

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben können von den Studierenden bearbeitet werden.

Lösungen der nicht vorgerechneten Aufgaben

- Lösung von Aufgabe 7.2.** (a) Die Bogenlänge ist $s(t) = t - \frac{9}{t} + 8$ (man beachte, dass hier $s(1) = 0$ gilt) und der überstrichene Flächeninhalt ist $A = 33 - \frac{39}{2} \ln(2) \approx 19,48$.
- (b) Die Bogenlänge ist $s(t) = \sinh(t)$ (man beachte, dass hier $s(0) = 0$ gilt) und der überstrichene Flächeninhalt ist $A = \sinh(2) - 2 \cosh(2) + 1 \approx -2,8975$. (Das negative Vorzeichen bedeutet, dass der Flächeninhalt in negativer Richtung – also im Uhrzeigersinn – überstrichen wird.)
- (c) Die Bogenlänge ist $s(t) = 2t^2 + 9t^4$ für $t \geq 0$ und $s(t) = -2t^2 - 9t^4$ für $t \leq 0$ (man beachte, dass für beide Darstellungen $s(0) = 0$ gilt). Der überstrichene Flächeninhalt ist $A = \frac{472}{35}$.
- (d) Die Bogenlänge ist $s(t) = t - \pi$ (man beachte, dass hier $s(\pi) = 0$ gilt) und der überstrichene Flächeninhalt ist $A = \frac{\pi}{2}$.
- (e) Die Bogenlänge ist $s(t) = 4 - 4 \cos(t)$ für $t \in [0, \pi]$ und $s(t) = 4 \cos(t) - 4$ für $t \in [-\pi, 0]$ (man beachte, dass für beide Darstellungen $s(0) = 0$ gilt). Der überstrichene Flächeninhalt ist $A = 4\pi$.