

# Tutorium Mathematik II, M

## Blatt 7

30. April 2021

**\*Aufgabe 7.1.** Bestimmen Sie für die Kurve

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8t^3 \\ 6t^4 - 3t^2 \end{pmatrix}$$

und jedes  $t \in \mathbb{R}$  die Bogenlänge  $s(t)$ , wobei  $s(0) = 0$  gelten soll. Berechnen Sie anschließend den überstrichenen Flächeninhalt im Zeitintervall  $[0, 3]$ .

**Aufgabe 7.2.** Bestimmen Sie für die folgenden Kurven die Bogenlänge  $s(t)$  und den überstrichenen Flächeninhalt.

(a)  $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t + \frac{9}{t} \\ 6 \ln(t) \end{pmatrix}.$

Die Bogenlänge  $s(t)$  ist für alle  $t > 0$  zu bestimmen, wobei  $s(1) = 0$  gelten soll. Das Zeitintervall für den überstrichenen Flächeninhalt ist  $[1, 2]$ .

(b)  $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(t) \\ t + 2 \end{pmatrix}.$

Die Bogenlänge  $s(t)$  ist für alle  $t \in \mathbb{R}$  zu bestimmen, wobei  $s(0) = 0$  gelten soll. Das Zeitintervall für den überstrichenen Flächeninhalt ist  $[0, 2]$ .

(c)  $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2t^2 - 9t^4 \\ 8t^3 \end{pmatrix}.$

Die Bogenlänge  $s(t)$  ist für alle  $t \in \mathbb{R}$  zu bestimmen, wobei  $s(0) = 0$  gelten soll. Das Zeitintervall für den überstrichenen Flächeninhalt ist  $[0, 1]$ .

(d)  $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\cos(t))^2 \\ \sin(t) \cos(t) \end{pmatrix}.$

Die Bogenlänge  $s(t)$  ist für alle  $t \in \mathbb{R}$  zu bestimmen, wobei  $s(\pi) = 0$  gelten soll. Das Zeitintervall für den überstrichenen Flächeninhalt ist  $[0, 2\pi]$ .

(e)  $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2t - \sin(2t) \\ \cos(2t) \end{pmatrix}.$

Die Bogenlänge  $s(t)$  ist für alle  $t \in [-\pi, \pi]$  zu bestimmen, wobei  $s(0) = 0$  gelten soll. Das Zeitintervall für den überstrichenen Flächeninhalt ist ebenfalls  $[-\pi, \pi]$ .

Die mit \* markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben können von den Studierenden bearbeitet werden.

## Lösungen der nicht vorgerechneten Aufgaben

- Lösung von Aufgabe 7.2.** (a) Die Bogenlänge ist  $s(t) = t - \frac{9}{t} + 8$  (man beachte, dass hier  $s(1) = 0$  gilt) und der überstrichene Flächeninhalt ist  $A = 33 - \frac{39}{2} \ln(2) \approx 19,48$ .
- (b) Die Bogenlänge ist  $s(t) = \sinh(t)$  (man beachte, dass hier  $s(0) = 0$  gilt) und der überstrichene Flächeninhalt ist  $A = \sinh(2) - 2 \cosh(2) + 1 \approx -2,8975$ . (Das negative Vorzeichen bedeutet, dass der Flächeninhalt in negativer Richtung – also im Uhrzeigersinn – überstrichen wird.)
- (c) Die Bogenlänge ist  $s(t) = 2t^2 + 9t^4$  für  $t \geq 0$  und  $s(t) = -2t^2 - 9t^4$  für  $t \leq 0$  (man beachte, dass für beide Darstellungen  $s(0) = 0$  gilt). Der überstrichene Flächeninhalt ist  $A = \frac{472}{35}$ .
- (d) Die Bogenlänge ist  $s(t) = t - \pi$  (man beachte, dass hier  $s(\pi) = 0$  gilt) und der überstrichene Flächeninhalt ist  $A = \frac{\pi}{2}$ .
- (e) Die Bogenlänge ist  $s(t) = 4 - 4 \cos(t)$  für  $t \in [0, \pi]$  und  $s(t) = 4 \cos(t) - 4$  für  $t \in [-\pi, 0]$  (man beachte, dass für beide Darstellungen  $s(0) = 0$  gilt). Der überstrichene Flächeninhalt ist  $A = 4\pi$ .