

Tutorium Mathematik II, M

Blatt 6

23. April 2021

Bei den folgenden Aufgaben handelt es sich um Klausuraufgaben aus den Vorjahren.

Aufgabe 6.1. Für welche $t \in \mathbb{R}$ hat das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & t & -t-1 \\ 3-t & t & -3 \\ t & 4 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t-7 \\ 5t-15 \\ -10 \end{pmatrix}$$

(i) keine Lösung, (ii) genau eine Lösung, (iii) unendlich viele Lösungen?

Bestimmen Sie im Fall (iii) sämtliche Lösungen.

Aufgabe 6.2. Welcher Kegelschnitt wird durch die Gleichung

$$5x_1^2 + 6x_1x_2 + 5x_2^2 - 4x_1 - 12x_2 + 4 = 0$$

definiert? Für die Lösung sollten Sie angeben: Typ (Ellipse, Hyperbel etc.) des Kegelschnittes, seine Lage und Ausrichtung (Verschiebungsvektor und Drehwinkel) sowie gegebenenfalls seine Halbachsen, Scheitelpunkte, Steigung etc.

Aufgabe 6.3. Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichung

$$x^2 y'(x) + (4-x)y(x) = 2e^{4/x}, \quad x > 0.$$

Aufgabe 6.4. Bestimmen Sie die Lösung des Differentialgleichungssystems

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & 4 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \vec{x}.$$