# Mathematik II SS 2021
# 10. Übungsblatt
# 10.6.2021

**Aufgabe 10.1.** Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Maxima und Minima der Funktion

$$f(x,y) = \left(x - \frac{5}{3}\right)^2 + y^2$$

auf der Menge $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 9x^2 + 4y^2 \leq 36\}$.

**Aufgabe 10.2.** Bestimmen Sie alle Extremstellen und deren Typ (Maximum oder Minimum, global oder nur lokal) von

$$f(x,y) = 2xy^2 - 3x + 5$$

auf der Menge $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - y^2 \geq 1\}$.

**Aufgabe 10.3.** Bestimmen Sie alle Extremstellen und deren Typ (Maximum oder Minimum, global oder nur lokal) von

$$f(x,y) = y(1 - x^2 - y^2)$$

auf der Menge $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1 \wedge y \geq 0\}$.

**Aufgabe 10.4.** Bestimmen Sie alle Extremstellen und deren Typ (Maximum oder Minimum, global oder nur lokal) von

$$f(x,y) = ye^x - y + x$$

auf der Menge $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid -2 \leq y \leq 1\}$.

*Hinweis.* Wenn Sie einen Punkt $(x_0, y_0)$ finden, der auf dem Rand von $D$ ein Maximum ist, versuchen Sie zu zeigen, dass für $(x,y)$ nahe genug bei $(x_0, y_0)$ immer $f(x,y) \leq f(x, y_0) \leq f(x_0, y_0)$ gilt. Bei einem Minimum sollten die Ungleichungen in die andere Richtung gehen.

**Aufgabe 10.5.** Bestimmen Sie alle Lösungen der Bernoullischen Differentialgleichung

$$2y' + 3x^2y + 2xe^{x^3}y^3 = 0,$$

die ganz $\mathbb{R}$ als Definitionsbereich haben.

**Aufgabe 10.6.** Ermitteln Sie für die folgenden Riccatischen Differentialgleichungen eine partikuläre Lösung und formen Sie diese damit in eine Bernoullische Differentialgleichung um. Diese muss dann *nicht* gelöst werden.

(a) $y' + 10xe^{3x}y + xy^2 = -15e^{3x} - 25xe^{6x}$;

(b) $x^2y' - 7y + y^2 = 42x^2 + 42x$.

*Hinweis*: Standardansätze sind $y = ax^b$, $y = ae^{bx}$ oder $y = ax + b$.