

Mathematik II SS 2021

2. Übungsblatt

18.3.2021

Aufgabe 2.1. Für welche Werte von $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ hat das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & 8 & 7 \\ 2 & \alpha & 6 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ \beta \\ 1 \end{pmatrix}$$

(i) keine Lösung, (ii) genau eine Lösung, (iii) unendlich viele Lösungen? Geben Sie im Fall (iii) die allgemeine Lösung an.

Aufgabe 2.2. Für welchen Werte von $a \in \mathbb{R}$ hat das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & a & -3 \\ 2 & 0 & a \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ a-9 \end{pmatrix}$$

(i) keine Lösung, (ii) genau eine Lösung, (iii) unendlich viele Lösungen? Geben Sie im Fall (iii) die allgemeine Lösung an.

Aufgabe 2.3. Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 9 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

auf drei Arten:

- (a) Regel von Sarrus;
- (b) Zeilen-/Spaltenumformungen bis zur Zeilenstufenform;
- (c) Entwicklung nach einer Zeile oder Spalte.

Aufgabe 2.4. Für welche Werte von $a \in \mathbb{R}$ ist die Matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3-a & -a \\ 4 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 4 & 2 & -2 & a \end{pmatrix}$$

invertierbar?

(Die inverse Matrix muss nicht ausgerechnet werden.)

Bitte wenden!

Aufgabe 2.5. Zeigen Sie, dass die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -5 & 4 & -1 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

invertierbar ist und bestimmen Sie die Inverse

- (a) durch elementare Zeilenumformungen;
- (b) mit Hilfe der Determinante und der Adjunkte von A .

Aufgabe 2.6. Bestimmen Sie im Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

den Wert von x_3 mit Hilfe der Cramerschen Regel.