

Tutorium Mathematik I, M

Blatt 1

21. Oktober 2022

***Aufgabe 1.1.** Ermitteln Sie alle reellen Zahlen x und alle komplexen Zahlen z , die

$$\left| x^2 + x - 12 \right| + \left| x + \frac{1}{2} \right| \leq \frac{7}{2} \quad \text{bzw.} \quad \frac{2z^2 - (2 + \sqrt{3} + 4\sqrt{3}i)z + (6 + 4\sqrt{3})i}{z^2 - (\sqrt{3} + 2\sqrt{3}i)z + 6i} = 1$$

erfüllen.

Aufgabe 1.2. Ermitteln Sie jeweils alle reellen Zahlen x , welche die Ungleichungen

- (a) $|x - 4| + |x + 3| \leq 9$
- (b) $|x - 4| + |x + 3| \leq 6$
- (c) $|x^2 + 2| + 3|x - 1| \leq 9$

erfüllen.

Aufgabe 1.3. Ermitteln Sie jeweils alle komplexen Zahlen z , welche die Gleichungen

- (a) $\frac{z^2 + (3 + i)z - 3 + 3i}{z^2 + (1 + 2i)z - i} = 1$
- (b) $\frac{2z^2 - (2\sqrt{3} + 2i)z}{z^2 - 4\sqrt{3}i} = 1$
- (c) $\frac{2z^2 - (3 + 2i)z + 5}{z^2 - 3z + 6 + 2i} = 1$

erfüllen.

Die mit * markierten Aufgaben werden vom Vortragenden präsentiert, die restlichen Aufgaben können von den Studierenden bearbeitet werden.

Lösungen der nicht vorgerechneten Aufgaben

Lösung von Aufgabe 1.2.

- (a) Hier ist die Fallunterscheidung $x < -3$ (beide Ausdrücke in den Beträgen negativ) oder $-3 \leq x < 4$ (erster Ausdruck negativ, zweiter Ausdruck ≥ 0) oder $x \geq 4$ (beide Ausdrücke ≥ 0).

Die Ungleichung ist genau für $x \in [-4, 5]$ erfüllt.

- (b) Gleiche Fallunterscheidung wie in (a). Diese Ungleichung ist für *keine* $x \in \mathbb{R}$ erfüllt.

- (c) Hier ist die Fallunterscheidung $x < 1$ (Ausdruck im zweiten Betrag negativ) oder $x \geq 1$ (Ausdruck ≥ 0). Der Ausdruck im ersten Betrag ist immer positiv.

Die Ungleichung ist genau für $x \in [-1, 2]$ erfüllt.

Lösung von Aufgabe 1.3.

- (a) Die einzige Lösung dieser Gleichung ist $z_1 = 2 - i$.

- (b) Diese Gleichung hat die beiden Lösungen $z_1 = 2\sqrt{3}$ und $z_2 = 2i$.

- (c) Die einzige Lösung dieser Gleichung ist $z_1 = -1$. Nach Umstellen der Gleichung erhält man zunächst zwar auch die Lösung $z_2 = 1 + 2i$, diese ist aber auch Nullstelle des Nenners und somit keine Lösung der ursprünglichen Gleichung.