

# Mathematik I WS 2022/23

## 1. Übungsblatt

25.10.2022

**Aufgabe 1.1.** Bestimmen Sie alle reellen Zahlen, welche die Ungleichung

$$|x^2 - 4x + 4| + |3x + 1| \leq 11$$

erfüllen.

**Aufgabe 1.2.** Ermitteln Sie für jede der folgenden Gleichungen alle reellen Zahlen  $x$ , die die Gleichung erfüllen.

(a)  $x^8 - 14x^4 - 32 = 0$ ;

(b)  $e^{2x} - 14e^x - 32 = 0$ ;

(c)  $(\sin x)^2 - 14 \sin x - 32 = 0$ .

**Aufgabe 1.3.** Finden Sie jeweils alle reellen Zahlen, welche die folgenden Gleichungen erfüllen.

(a)  $\frac{x^2 - 2x + 3}{x - 9} = x + 9$ ;

(b)  $\frac{x^2 - x - 2}{x + 3} = x - 4$ ;

(c)  $\frac{x^2 + x - 12}{x - 3} = x + 4$ .

**Aufgabe 1.4.** Gegeben seien die komplexen Zahlen

$$z_1 = 3 - \sqrt{3}i, \quad z_2 = \sqrt{3} + i, \quad z_3 = 2 \left( \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) \quad \text{und} \quad z_4 = \sqrt{8} \left( \cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right).$$

(a) Berechnen Sie die Polarkoordinatendarstellungen von  $z_1$  und  $z_2$  und geben Sie die Zahlenwerte der Real- und Imaginärteile von  $z_3$  und  $z_4$  an.

Berechnen Sie anschließend die Brüche  $\frac{z_1}{z_2}$  und  $\frac{z_3}{z_4}$

(b) durch Erweitern mit der konjugiert komplexen Zahl des Nenners;

(c) mit Hilfe von Polarkoordinaten.

**Aufgabe 1.5.** Ermitteln Sie alle komplexen Zahlen  $z$ , welche die Gleichung

$$\frac{2z^2 - (4 - 2i)z + (4 - 8i)}{z^2 - (3 + 4i)} = 1$$

erfüllen.

**Aufgabe 1.6.** Ermitteln Sie alle komplexen Zahlen  $z$ , welche die Gleichung

$$z^4 - 4z^2 + 16 = 0$$

erfüllen.