

Mathematik I WS 2022/23

11. Übungsblatt

24.01.2023

Aufgabe 11.1. Lösen Sie die Integrale

$$\int \operatorname{arsinh}(x) dx \quad \text{und} \quad \int \sin(3x)e^{2x} dx$$

durch partielle Integration.

Aufgabe 11.2. Lösen Sie die folgenden Integrale

$$\int \frac{1}{x^2 - 2x + 5} dx, \quad \int \frac{12x - 9}{\sqrt{2x^2 - 3x - 2}} dx \quad \text{und} \quad \int \frac{1}{\sqrt{4x^2 - 12x + 5}} dx.$$

Hinweis: Es kann hilfreich sein, die quadratischen Polynome durch geeignete Substitutionen auf die Form $u^2 + 1$ oder $u^2 - 1$ zu bringen.

Aufgabe 11.3. Bestimmen Sie durch Partialbruchzerlegung das Integral

$$\int \frac{x^3 - 4x^2 + 9x - 18}{x^4 - 4x^3 + 10x^2 - 12x + 5} dx.$$

Aufgabe 11.4. Bei der Substitution $u = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ ergeben sich die Identitäten $\sin(x) = \frac{2u}{1+u^2}$, $\cos(x) = \frac{1-u^2}{1+u^2}$ und $dx = \frac{2}{1+u^2} du$. Bestimmen Sie mit Hilfe dieser Substitution die Integrale

$$\int \frac{1}{1 - \cos(x)} dx, \quad \int \frac{1}{1 - \sin(x)} dx \quad \text{und} \quad \int \frac{1}{4\sin(x) + 8\cos(x) + 9} dx$$

und geben Sie jeweils den Definitionsbereich der Stammfunktionen an.

Aufgabe 11.5. Lösen Sie die folgenden Integrale:

$$(a) \int \frac{x}{(1-x^2)^2} dx, \quad (b) \int x \frac{x}{(1-x^2)^2} dx, \quad (c) \int \frac{1}{(1-x^2)^2} dx.$$

Hinweis für (c): Rechnen Sie zuerst nach, dass

$$\frac{1}{(1-x^2)^2} = \frac{1}{1-x^2} + \frac{x^2}{(1-x^2)^2}.$$

Aufgabe 11.6. Lösen Sie die folgenden Integrale:

$$\int \frac{1}{1 - \cosh(x)} dx, \quad \int \frac{4x^3}{(x^4 + 2) \ln(x^4 + 2)} dx \quad \text{und} \quad \int \frac{\operatorname{arcosh}(x)}{\sqrt{x^2 - 1}} dx.$$