

Mathematik I WS 2022/23

2. Übungsblatt

8.11.2022

Aufgabe 2.1. Berechnen Sie mit Hilfe von Polarkoordinaten die Real- und Imaginärteile von

$$(-\sqrt{3} + i)^{29}, \quad (1 - \sqrt{3}i)^{29} \quad \text{und} \quad (-1 - \sqrt{3}i)^{29}.$$

Aufgabe 2.2. Ermitteln Sie jene Punktmenen in \mathbb{C} , die durch die folgenden Gleichungen festgelegt werden und stellen Sie sie jeweils graphisch in der Gaußschen Zahlenebene dar.

(a) $(1 - 2i)z - \overline{(1 - 2i)z} = 8i,$

(b) $3|z + 3i| = |z - 5i|.$

Aufgabe 2.3. Gegeben sind die Geraden

$$e: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad f: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad g: 4x + 3y = -10 \quad \text{und} \quad h: x - 3y = 5.$$

(a) Bestimmen Sie eine Darstellung der Geraden e in Normalform und eine Darstellung der Geraden g in Parameterform.

(b) Untersuchen Sie die Lagebeziehungen der vier Geraden.

Aufgabe 2.4. Wir betrachten erneut die Geraden e, f, g und h aus Aufgabe 2.3. Bestimmen Sie die Abstände, Schnittpunkte und Schnittwinkel der vier Geraden.

Aufgabe 2.5. Der *Umkreis* eines Dreiecks ist derjenige Kreis, welcher durch alle drei Eckpunkte verläuft. Bestimmen Sie die Gleichung des Umkreises von ABC in Vektorform und Koordinatenform, wobei

$$A = \begin{pmatrix} -5 \\ 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} 20 \\ 16 \end{pmatrix}.$$

Hinweis: Überlegen Sie sich, auf welchen Geraden der Umkreismittelpunkt liegt.

Aufgabe 2.6. Gegeben seien die zwei Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 21 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 15 \\ -8 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: x - y = -3$$

und der Punkt $P = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie die Abstände von P zu g und zu h und die Punkte auf den Geraden, die jeweils P am nächsten liegen.