

**Mathematik I WS 2022/23**  
**9. Übungsblatt**  
**10.01.2023**

**Versuchen Sie auf diesem Blatt so viel wie möglich auf die zweite Ableitung zu verzichten.**

**Aufgabe 9.1.** Bestimmen Sie für die Funktion

$$f(x) = \frac{x}{\ln(x) - 1}$$

den maximalen Definitionsbereich, alle Extremstellen sowie das Monotonieverhalten (d.h. die maximalen Intervalle, auf denen  $f$  monoton ist). Geben Sie außerdem an, ob es sich bei den Extremstellen um globale oder nur lokale Maxima/Minima handelt.

**Aufgabe 9.2.** Bestimmen Sie für die Funktion

$$f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^{30} \sqrt{1 - x^4}$$

alle Extremstellen und Fixpunkte (d.h. alle  $x \in [-1, 1]$  mit  $f(x) = x$ ) sowie das Monotonieverhalten. Geben Sie außerdem an, ob es sich bei den Extremstellen um globale oder nur lokale Maxima/Minima handelt.

**Aufgabe 9.3.** Für  $a \in \mathbb{R}$  betrachten wir die Funktion

$$f_a(x) = \frac{2 + 3a}{x^2 - (2 - 3a)x - 6a}.$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich, die Nullstellen und die Maxima und Minima (lokal und global) von  $f_a$  in Abhängigkeit von  $a$ .

**Aufgabe 9.4.** Bestimmen Sie zur Funktion

$$f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \sqrt{3} \cos(x) + \sin(x)$$

alle Nullstellen, Maxima/Minima (lokal und global), Wendepunkte sowie das Krümmungsverhalten und skizzieren Sie die Funktion.

**Aufgabe 9.5.** Bestimmen Sie für die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{2 - e^{\frac{1}{x}}}$$

den maximalen Definitionsbereich, alle Nullstellen und Extremstellen sowie das Monotonieverhalten (d.h. die maximalen Intervalle, auf denen  $f$  monoton ist). Berechnen Sie außerdem die links- und rechtsseitigen Grenzwerte von  $f$  an den Definitionslücken sowie die Grenzwerte von  $f$  für  $x \rightarrow -\infty$  und  $x \rightarrow \infty$ .

**Aufgabe 9.6.** Bestimmen Sie für die Funktion

$$f: [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{3}{35 - 12x + 6x^2 - x^3}$$

alle lokalen und globalen Maxima und Minima sowie das Monotonieverhalten (d.h. die maximalen Intervalle, auf denen  $f$  monoton ist). Skizzieren Sie die Funktion.