

Name:

Matrikelnr.:

Mathematik I Beispielprüfung

Aufgabe:	1	2	3	4
Punkte:	10	10	10	10
				= Punkte

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!

Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt und notieren Sie auf jedem Blatt Ihren Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer

1. Gegeben seien der Punkt A und die Gerade g durch die Punkte B und C mit

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 11 \\ 8 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

und die Ebene $\epsilon := 2x + 3y - 6z = 4$.

- (a) Zeigen Sie, dass g in ϵ liegt. (2 Punkte)
- (b) Bestimmen Sie den Abstand von A zu ϵ , sowie die jeweils zu A nächsten Punkte P auf ϵ und Q auf g . (6 Punkte)
- (c) Bestimmen Sie den Winkel zwischen den Vektoren \overrightarrow{AP} und \overrightarrow{PQ} . (2 Punkte)

2. Die Folge $(a_n)_{n \geq 0}$ sei durch

$$a_n = a_{n-1} + 12a_{n-2} \quad \text{für } n \geq 2$$

und die Anfangswerte $a_0 = 7, a_1 = 7$ definiert.

- (a) Bestimmen Sie die explizite Darstellung von a_n . (7 Punkte)
- (b) Bestimmen Sie den Konvergenzbereich der Potenzreihe $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$. (3 Punkte)

3. Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Maxima und Minima sowie das Krümmungsverhalten der Funktion

$$f : (0, 6] \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x e^{\frac{3}{x}}.$$

(10 Punkte)

4. Die Funktion $f : \mathbb{R} \setminus \{-7\} \rightarrow \mathbb{R}$ ist gegeben durch

$$f(x) = \frac{7x - 6}{x^3 + 7x^2 + 6x + 42}.$$

- (a) Bestimmen Sie das unbestimmte Integral $\int f(x) dx$. (7 Punkte)
- (b) Untersuchen Sie, ob das Integral

$$\int_0^{\infty} f(x) dx$$

existiert und bestimmen Sie gegebenenfalls seinen Wert.

(3 Punkte)