

# Mathematik II, M, Sommersemester 2023

## 0. Übungsblatt

### 9.3.2023

Die Aufgaben auf diesem Übungsblatt sind freiwillig! In der ersten Übungseinheit werden nach freiwilliger Meldung unter den anwesenden Personen Leute zum Präsentieren der Lösungen ausgewählt, die dafür auch Tafelpunkte erhalten.

Verwenden Sie für das Lösen der Beispiele auf diesem Zettel nur Methoden, die in Mathematik I, M, behandelt wurden.

**Aufgabe 0.1.** Wir betrachten die Funktion

$$f(x) = \frac{3x - 1}{x^2 - 4x + 4}.$$

Ermitteln Sie Stammfunktionen  $F_a(x), F_b(x), F_c(x)$  von  $f(x)$ , die zusätzlich die folgenden Eigenschaften erfüllen.

- (a)  $F_a(1) = 7$  und  $F_a(3) = -3$ .
- (b)  $F_b(1) = 13$  und  $F_b(3) = 3$ .
- (c)  $F_c(1) = 7$  und  $F_c(3) = 3$ .

**Aufgabe 0.2.** Für  $y_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  betrachten wir die Funktion

$$f_{y_0}(x) = \frac{xy_0^2}{x^2 + y_0^4}.$$

- (a) Ermitteln Sie (in Abhängigkeit von  $y_0$ ) die Stellen  $x_{\min}(y_0)$  und  $x_{\max}(y_0)$ , an denen  $f_{y_0}$  ein globales Minimum bzw. Maximum besitzt. Geben Sie auch die dazugehörigen Funktionswerte an.
- (b) Skizzieren Sie die Mengen

$$\{(x_{\min}(y_0), y_0) \mid y_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\} \quad \text{und} \quad \{(x_{\max}(y_0), y_0) \mid y_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\}$$

in der  $(x, y)$ -Ebene.

**Aufgabe 0.3.** Der Aufmerksamkeitspegel der Studentin Maria Musterfrau ist abhängig von der Menge Kaffee ( $x \geq 0$  Liter), die sie direkt nach dem Aufstehen trinkt, und von der Zeit ( $t \geq 0$  Stunden) nach dem Trinken. Wenn der Aufmerksamkeitsgrad durch

$$xt^2e^{-xt}$$

beschrieben werden kann (ein höherer Wert bedeutet eine bessere Aufmerksamkeit), welches ist dann

- (a) die Menge, die Frau Musterfrau um 7 Uhr trinken muss, damit sie zu Beginn der 8 Uhr Vorlesung die beste Aufmerksamkeit erreicht?
- (b) bei einer festgelegten Menge  $x = x_0 > 0$  an Kaffee die Zeit, auf welche Frau Musterfrau ihren Wecker stellen sollte, damit ihre Aufmerksamkeit zu Beginn der 8 Uhr Vorlesung am größten ist?

**Aufgabe 0.4.** Ermitteln Sie alle Schnittpunkte der Funktionsgraphen von  $f_1(x) = x^2 + 1$ ,  $f_2(x) = -3x - 1$  und  $f_3(x) = 9x - 13$  und berechnen Sie den Flächeninhalt des Gebiets, das von den drei Funktionsgraphen eingeschlossen wird und den Punkt  $(0, 0)$  enthält.