

**Mathematik II, M, Sommersemester 2023**  
**2. Übungsblatt**  
**23.3.2023**

**Aufgabe 2.1.** Für welche Werte von  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  hat das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 \\ 1 & \alpha & 9 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} -7 \\ 6 \\ \beta \end{pmatrix}$$

(i) keine Lösung, (ii) genau eine Lösung, (iii) unendlich viele Lösungen? Geben Sie im Fall (iii) die allgemeine Lösung an.

**Aufgabe 2.2.** Für welche Werte von  $a \in \mathbb{R}$  hat das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & a+1 & 3 \\ -2 & 0 & a \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} a+6 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(i) keine Lösung, (ii) genau eine Lösung, (iii) unendlich viele Lösungen? Geben Sie im Fall (iii) die allgemeine Lösung an.

**Aufgabe 2.3.** Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$\begin{pmatrix} 4 & 9 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

auf drei Arten:

- (a) Regel von Sarrus;
- (b) Zeilenumformungen bis zur Zeilenstufenform;
- (c) Entwicklung nach einer Zeile oder Spalte.

**Aufgabe 2.4.** Für welche Werte von  $a \in \mathbb{R}$  ist die Matrix

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & a & 3 \\ 7 & 0 & 0 & 5 \\ 1 & 2a & a+2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

invertierbar?

(Die inverse Matrix muss nicht ausgerechnet werden.)

**Bitte wenden!**

**Aufgabe 2.5.** Berechnen Sie die Determinanten von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \\ 1 & -4 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \\ 1 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

und folgern Sie aus deren Werten, dass eine der beiden Matrizen invertierbar ist und die andere nicht. Berechnen Sie danach mit Hilfe der Adjunkten die Inverse der invertierbaren Matrix.

**Aufgabe 2.6.** Bestimmen Sie im Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

den Wert von  $x_4$  mit Hilfe der Cramerschen Regel.