

Mathematik II, M, Sommersemester 2023
2. Übungsblatt
23.3.2023

Aufgabe 2.1. Für welche Werte von $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ hat das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 \\ 1 & \alpha & 9 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} -7 \\ 6 \\ \beta \end{pmatrix}$$

(i) keine Lösung, (ii) genau eine Lösung, (iii) unendlich viele Lösungen? Geben Sie im Fall (iii) die allgemeine Lösung an.

Aufgabe 2.2. Für welche Werte von $a \in \mathbb{R}$ hat das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & a+1 & 3 \\ -2 & 0 & a \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} a+6 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(i) keine Lösung, (ii) genau eine Lösung, (iii) unendlich viele Lösungen? Geben Sie im Fall (iii) die allgemeine Lösung an.

Aufgabe 2.3. Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$\begin{pmatrix} 4 & 9 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

auf drei Arten:

- (a) Regel von Sarrus;
- (b) Zeilenumformungen bis zur Zeilenstufenform;
- (c) Entwicklung nach einer Zeile oder Spalte.

Aufgabe 2.4. Für welche Werte von $a \in \mathbb{R}$ ist die Matrix

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & a & 3 \\ 7 & 0 & 0 & 5 \\ 1 & 2a & a+2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

invertierbar?

(Die inverse Matrix muss nicht ausgerechnet werden.)

Bitte wenden!

Aufgabe 2.5. Berechnen Sie die Determinanten von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \\ 1 & -4 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \\ 1 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

und folgern Sie aus deren Werten, dass eine der beiden Matrizen invertierbar ist und die andere nicht. Berechnen Sie danach mit Hilfe der Adjunkten die Inverse der invertierbaren Matrix.

Aufgabe 2.6. Bestimmen Sie im Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

den Wert von x_4 mit Hilfe der Cramerschen Regel.