Konversatorium Mathematik A (ET)
Wintersemester 2020/21

7. Übungsblatt (30.11.2020)

Übung 7.1. Für welche Werte $a, b, c \in \mathbb{R}$ ist die Funktion

$$f(x) = \frac{x^5 + 2x^4 + ax^2 + bx + c}{x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x}$$

an *allen* ihren Definitionslücken stetig ergänzbar? Geben Sie auch die dazugehörigen Funktionswerte an.

Übung 7.2. Bestimmen Sie alle Definitionslücken der Funktionen

$$f(x) = \frac{x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2}{x^4 + 3x^3 - 4x} \qquad \text{und} \qquad g(x) = \frac{|x|^4 + |x|^3 - 3|x|^2 - |x| + 2}{|x|^4 + 3|x|^3 - 4|x|}$$

sowie deren Typ (stetig ergänzbar, Sprungstelle, Polstelle oder wesentliche Unstetigkeitsstelle).

Übung 7.3. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen richtig sind. Begründen Sie gegebenenfalls, warum die Aussage wahr ist. Geben Sie für falsche Aussagen ein Gegenbeispiel an.

Gegeben ist eine Funktion $f\colon [a, b] \to \mathbb{R}$, die in a *nicht* stetig ist, weil dort $f(a) = 1$ und $\lim_{x \to a^+} f(x) = 0$ gilt.

- Es gibt eine Zahl c zwischen $f(a) = 1$ und $f(b)$, die f auf $[a, b]$ nicht annimmt, also $f(x) \neq c$ für alle $x \in [a, b]$.
- Es gibt ein $b_1 \in (a, b)$ und eine Zahl c_1 zwischen $f(a)$ und $f(b_1)$, die f auf $[a, b_1]$ nicht annimmt, also $f(x) \neq c_1$ für alle $x \in [a, b_1]$.