

Mathematik A (ET) Wintersemester 2020/21

13. Übungsblatt (20.01.2021)

Beispiel 13.1. Bestimmen Sie die Hauptachsentransformation von

(3 Pkt.)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Mit anderen Worten, finden Sie eine Orthogonalmatrix T , deren Spaltenvektoren Eigenvektoren von A sind, und eine Diagonalmatrix D , deren Diagonalelemente die Eigenwerte von A sind, so dass $T^{-1}AT = D$.

Beispiel 13.2. Berechnen Sie die Ableitungen der Funktionen

(3 Pkt.)

$$f_1(x) = \ln(\sqrt{1+e^x} - 1) - \ln(\sqrt{1+e^x} + 1) \quad \text{und} \quad f_2(x) = (\sin 5x)^3 \left(\cos \frac{x}{3}\right)^2$$

mit Hilfe der Ableitungsregeln und der bekannten Ableitungen von Polynomen, der Exponential- und Logarithmusfunktionen und der trigonometrischen Funktionen.

Beispiel 13.3. Finden Sie ein Polynom $f(x)$ dritten Grades, welches die Bedingungen $f(1) = 19$, $f'(1) = 20$, $f(2) = 75$ und $f'(2) = 73$ erfüllt.

(3 Pkt.)

Beispiel 13.4. Berechnen Sie die Ableitungen von

(3 Pkt.)

$$\operatorname{arsinh}(x), \quad \operatorname{arcosh}(x) \quad \text{und} \quad \operatorname{artanh}(x)$$

mit Hilfe der Ableitungsregel für Umkehrfunktionen.

Beispiel 13.5. Für welche Werte $a, b \in \mathbb{R}$ ist

(2 Pkt.)

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + ax - b - 1 & \text{für } x < 1, \\ x^3 - x^2 + 2ax & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$$

auf ganz \mathbb{R} stetig und differenzierbar?

Beispiel 13.6. Finden Sie alle lokalen Extremstellen von

(2 Pkt.)

$$f(x) = |x^2 + 2x| + |x| - (2x + x^2)$$

und unterscheiden Sie, ob dort Maxima oder Minima vorliegen. Welche dieser Stellen sind auch globale Extremstellen?

Beispiel 13.7. Ermitteln Sie den größtmöglichen Definitionsbereich D der Funktion

(2 Pkt.)

$$f(x) = \sqrt{x(10-x)}$$

sowie alle lokalen Extremstellen von f auf D . Unterscheiden Sie auch, ob an den Extremstellen Maxima oder Minima vorliegen und ob diese sogar global sind.