

Mathematik A (ET) Wintersemester 2020/21

14. Übungsblatt (27.01.2021)

Beispiel 14.1. Berechnen sie die folgende höherer Ordnung Ableitungen

(2 Pkt.)

$$y = x^3 - 5x^2 + 7x - 2, y''''$$

und

$$y = \ln(1 + x), y^{(5)}.$$

Beispiel 14.2. Berechnen Sie

(2 Pkt.)

$$f'''(3), \quad \text{wo} \quad f(x) = (2x - 3)^5$$

und

$$f(0), f'(0), f''(0), f'''(0), \quad \text{wo} \quad f(x) = e^x \sin(x).$$

Beispiel 14.3. Bestimmen Sie die Grenzwerte

(2 Pkt.)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{1 - \sin \frac{\pi x}{2}}, \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x - 1} - \frac{1}{\ln x} \right)$$

Beispiel 14.4. Ermitteln Sie die Grenzwerte

(3 Pkt.)

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cot(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} (e^x - x)^{\frac{1}{x}} \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (e^x - x)^{\frac{1}{x}}.$$

Beispiel 14.5. Ermitteln Sie die Grenzwerte

(3 Pkt.)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2} \right) \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}.$$

Beispiel 14.6. Führen Sie eine Kurvendiskussion zur Funktion

(4 Pkt.)

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3}.$$

Mit anderen Worten, untersuchen Sie den maximalen Definitionsbereich, Nullstellen, Stetigkeit, Differenzierbarkeit, Grenzwerte (gegen $\pm\infty$ und bei Definitionslücken), Asymptoten, (lokale und globale) Extremstellen, Krümmungsverhalten (d.h. maximale Intervalle, auf denen f konkav/konvex ist), Wendepunkte und fertigen Sie eine Skizze an.

Beispiel 14.7. Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass für $y = \frac{1}{1-x}$ gilt

(3 Pkt.)

$$y^{(n)} = \frac{n!}{(1-x)^{n+1}}$$

und berechnen Sie die Taylorreihe von $f(x) = \frac{1}{1-x}$ für $x_0 = 0$ und für $x_0 = \frac{1}{2}$.