Mathematik A (ET) Wintersemester 2020/2021

6. Übungsblatt (11.11.2020)

Beispiel 6.1. Finden Sie den größtmöglichen Definitionsbereich der Funktionen **(2 Pkt.)**

$$f(x) = \sqrt{x^6 - x^8} \qquad \text{und} \qquad g(x) = \arcsin\left(x^3 - \frac{1}{2}\right).$$

Beispiel 6.2. Untersuchen Sie, welche der folgenden Funktionen bijektiv sind.

(a) **(1 Pkt.)**

$$f(x)\colon (0,\infty) \to [0,\infty), \quad x \mapsto \frac{2}{3^{x+1}-3};$$

(b) **(2 Pkt.)**

$$g_1(x)\colon [5,13] \to [5,25], \quad x \mapsto \sqrt{x^2-25}+x;$$

und die gleiche Funktion auf anderem Definitionsberech

$$g_2(x)\colon (-\infty;-5] \to [-5,0), \quad x \mapsto \sqrt{x^2-25}+x;$$

Beispiel 6.3. Bestimmen Sie zu **(3 Pkt.)**

$$f(x) = \sqrt{1-\sqrt{5-\sqrt{x}}}$$

die größte Menge $D \subseteq \mathbb{R}$, für die $f\colon D \to [0,1]$ eine Funktion ist. Zeigen Sie anschließend, dass f bijektiv ist und bestimmen Sie ihre Umkehrfunktion.

Beispiel 6.4. Verwenden Sie das Newton-Verfahren, um das Polynom $p(x)$ kleinsten Grades mit $p(-2) = -64$, $p(-1) = -17$, $p(0) = -2$, $p(2) = 100$ und $p(3) = 451$ zu berechnen. **(3 Pkt.)**

Beispiel 6.5. Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung der rationalen Funktion **(3 Pkt.)**

$$f(x) = \frac{2x^2-4x+1}{x^3-4x^2+5x-2}.$$

Beispiel 6.6. Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung der rationalen Funktion **(3 Pkt.)**

$$f(x) = \frac{8x^2-2x+3}{x^3-1}.$$

Beispiel 6.7. Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung der rationalen Funktion **(2 Pkt.)**

$$f(x) = \frac{x^2+1}{x^4+1}.$$

Hinweis: Finden Sie die komplexe Nullstellen von x^4+1 und dann fassen Sie die konjugierte Faktoren von x^4+1 zusammen.