

Mathematik A (ET) Wintersemester 2020/21

7. Übungsblatt (18.11.2020)

Verwenden Sie für die Aufgaben auf diesem Blatt **keine** Differentialrechnung!

Beispiel 7.1. Zeigen Sie, dass für alle $x, y \in \mathbb{R}$

(2 Pkt.)

$$e^{xy} = (e^x)^y$$

Beispiel 7.2. Zeigen Sie, dass für alle $a, b > 0$

(2 Pkt.)

$$\ln(a^b) = b \ln(a) \quad \text{und} \quad \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$$

gilt. Verwenden Sie dabei nur die bekannten Eigenschaften der Exponentialfunktion und die Definition von $\ln(x)$ als Umkehrfunktion von e^x (d.h. $\ln(e^x) = x$ für alle $x \in \mathbb{R}$ und $e^{\ln(x)} = x$ für alle $x > 0$).

Beispiel 7.3. Bestimmen Sie jeweils alle $x \in \mathbb{R}$, welche die folgenden Gleichungen erfüllen.

(a) $e^{2x} - e^{x+\ln 8} + \ln(e^{15}) = 0;$

(2 Pkt.)

(b) $\frac{1}{2} \ln(1 - x^2) - \ln(1 - x) = 1.$

(3 Pkt.)

Beispiel 7.4. Rechnen Sie nach, dass die Summenformeln

(3 Pkt.)

$$\begin{aligned} \sinh(x + y) &= \sinh(x) \cosh(y) + \cosh(x) \sinh(y), \\ \cosh(x + y) &= \cosh(x) \cosh(y) + \sinh(x) \sinh(y) \end{aligned}$$

für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gelten.

Beispiel 7.5. Zeigen Sie, dass für alle $x, y \in \mathbb{R}$

(2 Pkt.)

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2}(\cos(x - y) - \cos(x + y))$$

und für alle $x \in \mathbb{R} \setminus \{(n + \frac{1}{2})\pi \mid n \in \mathbb{Z}\}$

$$1 + (\tan(x))^2 = \frac{1}{(\cos(x))^2}.$$

gilt.

Beispiel 7.6. Berechnen Sie die folgenden Werte per Hand (d.h. ohne Rechner).

(a) $\arccos\left(\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right)$ und $\arcsin\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right);$

(2 Pkt.)

(b) $\operatorname{arcosh}(\cosh(-2))$ und $\operatorname{arsinh}\left(\frac{2}{\operatorname{coth}(1) - \tanh(1)}\right).$

(3 Pkt.)