

# Mathematik A (ET) Wintersemester 2020/21

## 8. Übungsblatt (25.11.2020)

Verwenden Sie für die Aufgaben auf diesem Blatt **keine** Differentialrechnung!

**Beispiel 8.1.** Ermitteln Sie die folgenden Grenzwerte.

(a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tanh(x)$  und  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \tanh(x)$ ; (2 Pkt.)

(b)  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 3x + 2}$  und  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 3x + 2}$ ; (2 Pkt.)

(c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$  und  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1}$ ; (3 Pkt.)

(d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 1 + 4 \sin(x)}{2x^2 - 7x + 1 - 8 \cos(x)}$  und  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^3 + 2x - 1} - \sqrt{x^3 + 1} \right)$ . (3 Pkt.)

**Beispiel 8.2.** Ermitteln Sie alle Asymptoten der Funktionen

(a)  $f(x) = \frac{2x^2 + 5}{-x^2 - x + 2}$ ; (2 Pkt.)

(b)  $f(x) = \frac{x^3 - 7x + 6}{x^2 - 4}$ ; (3 Pkt.)

**Beispiel 8.3.** Für welche Werte  $a, b, c \in \mathbb{R}$  ist die folgende Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  stetig? (3 Pkt.)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos(3x)}{x} + a & \text{für } x < -\pi, \\ b \cdot \frac{x^2 + 1}{x - \pi} & \text{für } -\pi \leq x < \pi, \\ \sin\left(\frac{x}{2}\right) + c & \text{für } x \geq \pi. \end{cases}$$

**Beispiel 8.4.** Zeigen Sie, dass die Funktionen (2 Pkt.)

$$f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right) \quad \text{und} \quad g(x) = x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

auf  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  stetig sind. Kann man für  $f$  und  $g$  Funktionswerte im Punkt  $x = 0$  definieren, so dass die Funktionen auf ganz  $\mathbb{R}$  stetig werden?