

Konversatorium Mathematik A (ET)

Wintersemester 2021/22

12. Übungsblatt (10.01.2022)

Übung 12.1. Bestimmen Sie alle Eigenwerte und die dazugehörigen Eigenräume von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Wenn möglich, finden Sie invertierbare Matrizen P und Q , sodass $P^{-1}AP$ und $Q^{-1}BQ$ diagonal sind.

Übung 12.2. Für welche Werte $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ erfüllt die Funktion

$$f(x) = ae^x + b \cos(\pi x) + cx^2 + d$$

die Bedingungen $f(0) = 5$, $f'(0) = 3$, $f(1) = 4 + 3e$ und $f'(1) = 8 + 3e$?

Übung 12.3. Bestimmen Sie die Ableitung von

$$f(x) = \sqrt{|(x-1)^3(x-2)|}.$$

Übung 12.4. Die Leibnizsche Ableitungsregel lautet:

Für zwei n mal stetig differenzierbare Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ ist die n -te Ableitung des Produktes $f(x)g(x)$

$$(fg)^{(n)}(x) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} f^{(i)} g^{(n-i)}.$$

Berechnen Sie die n -te Ableitung $h^{(n)}(x)$ von $h(x) = x^n e^x$.