

Konversatorium Mathematik A (ET)

Wintersemester 2021/22

45. Übungsblatt (01.11.2021)

Übung 45.1. Finden Sie den größtmöglichen Definitionsbereich der Funktionen

$$f_1(x) = \frac{\sqrt{x^2 - x^7}}{\sqrt{8 + x^3}}, \quad f_2(x) = \frac{\sqrt{x^7 - x^2}}{\sqrt{8 + x^3}},$$
$$f_3(x) = \frac{\sqrt{8 - x^3}}{\sqrt{x^2 - x^7}}, \quad f_4(x) = \sqrt{\frac{8 - x^3}{x^2 - x^7}}.$$

Übung 45.2. Untersuchen Sie, welche der folgenden Funktionen bijektiv sind und finden Sie gegebenenfalls die Umkehrfunktionen.

- (a) $f : [-1, 0] \rightarrow [1, 3], \quad x \mapsto x^2 - x + 1.$
- (b) $g : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow [\frac{3}{4}, 3], \quad x \mapsto (\sin(x))^2 - \sin(x) + 1.$
- (c) $h : [\frac{3}{2}, \infty) \rightarrow [0, 3], \quad x \mapsto 2x - \sqrt{4x^2 - 9}.$

Übung 45.3. Sei $f : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion und sei $g : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$ die Funktion

$$g(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2}.$$

- (a) Zeigen Sie, dass g symmetrisch ist.
- (b) Bestimmen Sie eine schiefssymmetrische Funktion $h : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$, sodass $f(x) = g(x) + h(x)$.

Übung 45.4. Bestimmen Sie die Periode der Funktion

$$f(x) = \sin(3x) + 2 \tan(x) - 4.$$