

Mathematik A (ET) Wintersemester 2021/22

0. Übungsblatt (6.10.2021)

Beispiel 0.1. Seien $a, b \in \mathbb{R}$, $a, b > 0$. Das arithmetische Mittel $A(a, b)$, das geometrische Mittel $G(a, b)$, und das harmonische Mittel $H(a, b)$ von a und b sind

$$A(a, b) = \frac{a+b}{2}, \quad G(a, b) = \sqrt{a \cdot b}, \quad H(a, b) = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}.$$

Zeigen Sie, dass

$$H(a, b) \leq G(a, b) \leq A(a, b).$$

Beispiel 0.2. Seien $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$. Zeigen Sie, dass es eine rationale Zahl $c \in \mathbb{Q}$ gibt, für die $a < c < b$ gilt.

Beispiel 0.3. Zeigen Sie, dass $c = \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}$ keine rationale Zahl ist.

Beispiel 0.4. Ermitteln Sie, sofern sie existieren, Infimum, Supremum, Minimum und Maximum der folgenden Mengen.

(a) $A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x-2} \geq 3\}$.

(b) $B = \{x \in \mathbb{R} : x = \frac{1}{2^n} - (-1)^{n+1}, n \in \mathbb{N}\}$.

(c) $C = \{x \in \mathbb{R} : \sin \frac{1}{x} = 0, x \geq 0\}$.