

# Mathematik A (ET) Wintersemester 2021/22

10. Übungsblatt (12.01.2022)

---

**Beispiel 10.1.** Ermitteln Sie alle Eigenwerte der folgenden Matrizen, deren Eigenräume sowie algebraische und geometrische Vielfachheiten.

(a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}$  (über  $\mathbb{R}$ ); (2 Pkt.)

(b)  $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -7 & 5 & -1 \\ -6 & 6 & -2 \end{pmatrix}$  (über  $\mathbb{R}$ ); (2 Pkt.)

(c)  $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$  (über  $\mathbb{C}$ ). (2 Pkt.)

**Beispiel 10.2.** Bestimmen Sie die Hauptachsentransformation der folgenden Matrizen.

(a)  $M = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  (das heißt, finden Sie eine Orthogonalmatrix  $P$  und eine Diagonalmatrix  $D$ , sodass  $D = P^{-1}MP = P^tMP$ ); (3 Pkt.)

(b)  $N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ . (3 Pkt.)

**Beispiel 10.3.** Berechnen Sie die Ableitungen der Funktionen (2 Pkt.)

$$f_1(x) = \ln \left( \frac{\cos(x) + \sin(x)}{e^{2x} - 1} \right) \quad \text{und} \quad f_2(x) = \frac{(-x)^3 + 3^x}{\tan(x) \sin(x)}.$$

**Beispiel 10.4.** Berechnen Sie die Ableitungen von  $\operatorname{artanh}(x)$  mit Hilfe der Ableitungsregel für die Umkehrfunktion. (2 Pkt.)