

Mathematik A (ET) Wintersemester 2021/22

10. Übungsblatt (12.01.2022)

Beispiel 10.1. Ermitteln Sie alle Eigenwerte der folgenden Matrizen, deren Eigenräume sowie algebraische und geometrische Vielfachheiten.

(a) $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}$ (über \mathbb{R}); (2 Pkt.)

(b) $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -7 & 5 & -1 \\ -6 & 6 & -2 \end{pmatrix}$ (über \mathbb{R}); (2 Pkt.)

(c) $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ (über \mathbb{C}). (2 Pkt.)

Beispiel 10.2. Bestimmen Sie die Hauptachsentransformation der folgenden Matrizen.

(a) $M = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ (das heißt, finden Sie eine Orthogonalmatrix P und eine Diagonalmatrix D , sodass $D = P^{-1}MP = P^tMP$); (3 Pkt.)

(b) $N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. (3 Pkt.)

Beispiel 10.3. Berechnen Sie die Ableitungen der Funktionen (2 Pkt.)

$$f_1(x) = \ln \left(\frac{\cos(x) + \sin(x)}{e^{2x} - 1} \right) \quad \text{und} \quad f_2(x) = \frac{(-x)^3 + 3^x}{\tan(x) \sin(x)}.$$

Beispiel 10.4. Berechnen Sie die Ableitungen von $\operatorname{artanh}(x)$ mit Hilfe der Ableitungsregel für die Umkehrfunktion. (2 Pkt.)