

# Mathematik A (ET) Wintersemester 2021/22

## 4. Übungsblatt (03.11.2021)

---

**Beispiel 4.1.** Finden Sie den größtmöglichen Definitionsbereich in  $\mathbb{R}$  der Funktionen (2 Pkt.)

(a)  $f(x) = \log_{10}(x - 1) + \sqrt{4 - x^2}$ .

(b)  $g(x) = \sqrt[4]{\frac{x+1}{x^5-x^3}}$ .

**Beispiel 4.2.** Gegeben ist die reelle Funktion (3 Pkt.)

$$f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{4 - \sqrt{x}}}.$$

- (a) Finden Sie den größtmöglichen Definitionsbereich  $A$  der Funktion.
- (b) Bestimmen Sie den Wertebereich  $B = F(A)$  der Funktion.
- (c) Zeigen Sie, dass  $f : A \rightarrow B$  bijektiv ist und bestimmen Sie ihre Umkehrfunktion  $f : B^{-1} \rightarrow A$ .

**Beispiel 4.3.** Zeigen Sie, ohne Ableitungen zu verwenden, dass die folgende Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , (3 Pkt.)

$$f(x) = \frac{1 + 2x}{1 + x^2},$$

beschränkt und nicht injektiv ist.

**Beispiel 4.4.** Gegeben sind die reelle Funktionen  $f(x) = x^3 - 1$  und  $g(x) = \sqrt{1 + e^x}$ . (3 Pkt.)

- (a) Bestimmen Sie den größtmöglichen Definitionsbereich sowie den dazugehörigen Wertebereich von  $f$  und von  $g$ .
- (b) Bestimmen Sie die Funktionen  $f \circ g$  und  $g \circ f$  und deren Definitions- und Wertebereiche.
- (c) Bestimmen Sie die Umkehrfunktion der Funktion  $g \circ f$  und ihren Definitions- und Wertebereich.

**Beispiel 4.5.** Bestimmen Sie, welche der folgenden Funktionen symmetrisch, schief-symmetrisch oder periodisch ist. (2 Pkt.)

(a)  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) - \cos(\pi x)$ .

(b)  $g(x) = (2^{(1+x)^3} - 2^{(1-x)^3})(-1 - x^2)$ .