

Mathematik A (ET) Wintersemester 2021/22

5. Übungsblatt (10.11.2021)

Beispiel 5.1. Gegeben sind die Polynome $p(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + x - 2$ und $q(x) = x^3 + 2x + 3$. (3 Pkt.)

(a) Führen Sie eine Polynomdivision durch:

$$\frac{p(x)}{q(x)} = h(x) + \frac{r(x)}{q(x)},$$

wobei $\text{Grad } r < \text{Grad } q$.

(b) Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung der rationalen Funktion $\frac{r(x)}{q(x)}$.

Beispiel 5.2. Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung der folgenden rationalen Funktionen $\frac{p(x)}{q(x)}$.

(a) $\frac{x^2 - 2x - 2}{x^4 + 2x^2 + 1}$. (2 Pkt.)

(b) $\frac{x}{x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1}$. (2 Pkt.)

Hinweis: Raten Sie eine Wurzel $a \in \{0, \pm 1, \pm 2\}$ des Nenners $q(x)$ und teilen Sie $q(x)$ durch $x - a$. Wiederholen Sie diesen Vorgang gegebenenfalls, wenn das Polynom einen höheren Grad als 2 hat.

Beispiel 5.3. (3 Pkt.)

(a) Verwenden Sie das Newton-Verfahren, um das Polynom $p(x)$ kleinsten Grades mit $p(-1) = 3$, $p(0) = 4$, $p(1) = 5$ und $p(2) = -6$ zu berechnen.

(b) Verwenden Sie den entsprechenden Horner-Schema-artigen Algorithmus, um $p(-2)$ zu berechnen.

Beispiel 5.4. Bestimmen Sie jeweils alle $x \in \mathbb{R}$, welche die folgenden Gleichungen erfüllen.

(a) $2e^{2x} + 4e^x - \ln(e^3) = 0$. (2 Pkt.)

(b) $\frac{1}{2} \ln(1 - x^2) - \ln(1 + x) = 1$. (2 Pkt.)