

# Konversatorium Mathematik A (ET)

## Wintersemester 2022/23

10. Übungsblatt (09.01.2023)

---

**Übung 10.1.** Ermitteln Sie alle Eigenwerte, deren Eigenräume, sowie algebraische und geometrische Vielfachheiten.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 18 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 5 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

**Übung 10.2.** Bestimmen Sie die Hauptachsentransformation der folgenden Matrix  $A$ , d.h., finden Sie eine Orthogonalmatrix  $P$  und eine Diagonalmatrix  $D$ , sodass  $D = P^{-1}AP = P^tAP$  gilt.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 7 \\ 0 & 5 & 0 \\ 7 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

**Übung 10.3.** Bestimmen Sie die Hauptachsentransformation der folgenden Matrix  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -4 \\ -2 & 8 & -2 \\ -4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

**Übung 10.4.** Es sei  $P$  eine orthogonale Matrix.

- Zeigen Sie, dass  $\det P = 1$  oder  $\det P = -1$  gilt.
- Geben Sie Beispiele von  $(2 \times 2)$ -Matrizen  $P$  an, sodass  $\det P = 1$  bzw.  $\det P = -1$ .
- Zeigen Sie, dass  $P^t(I+P) = (I+P)^t$  gilt, wobei  $I$  die Einheitsmatrix bezeichne.
- Sei  $\det P = -1$ . Zeigen Sie, dass  $I + P$  keine Inverse besitzt.
- Zeigen Sie, dass  $kP$  genau dann orthogonal ist, wenn  $k = 1$  oder  $k = -1$  gilt.