

# Konversatorium Mathematik A (ET)

## Wintersemester 2022/23

### 5. Übungsblatt (14.11.2022)

---

**Übung 5.1.** Finden Sie den größtmöglichen Definitionsbereich der Funktionen

(a)  $f(x) = \frac{1}{x} + \arccos(x^2 - 1)$

(b)  $f(x) = \sqrt{1 - \ln(x^2 + 7x + 10)}$

(c)  $f(x) = \ln \sqrt{\frac{3x-1}{x+4}}$

**Übung 5.2.** Untersuchen Sie, welche der folgenden Funktionen bijektiv sind und finden Sie gegebenenfalls die Umkehrfunktionen.

(a)  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sqrt[3]{\operatorname{artanh}\left(\frac{\arcsin(x)}{2}\right)}$

(b)  $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{1\}, \quad f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

(c)  $f : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \left[\frac{3}{4}, 3\right], \quad f(x) = (\sin(x))^2 - \sin(x) + 1$

**Übung 5.3.** Sei  $f : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$  eine Funktion und sei  $g : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$  die Funktion

$$g(x) = \frac{f(x) - f(-x)}{2}.$$

(a) Zeigen Sie, dass  $g$  schiefsymmetrisch ist.

(b) Bestimmen Sie eine symmetrische Funktion  $h : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$ , sodass  $f(x) = g(x) + h(x)$ .

**Übung 5.4.** Bestimmen Sie die Periode der Funktion

$$f(x) = (\sin(x/2) + \cos(x/2))^2 + \tan(x/3) - 7\pi$$

Seien nun  $g$  und  $h$  Funktionen jeweils mit Periode  $p$ . Gilt dann im Allgemeinen auch, dass  $g + h$  Periode  $p$  hat?