

# Konversatorium Mathematik A (ET)

## Wintersemester 2022/23

7. Übungsblatt (28.11.2022)

---

**Übung 7.1.** Bestimmen Sie alle Asymptoten der Funktion

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^2 + 3x + 2}.$$

**Übung 7.2.** Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  durch  $f(x) = 7x - 2$  gegeben. Zeigen Sie, dass  $f$  gleichmäßig stetig auf  $\mathbb{R}$  ist.

**Übung 7.3.** Sei  $V = \mathbb{R}_{\geq 0}$ . Wir definieren eine Operation (der “Addition”) durch

$$x \oplus y = xy + 1$$

für alle  $x, y \in V$ . Weiterhin definieren wir eine Operation (der “skalaren Multiplikation”) durch

$$\alpha \odot x = \alpha^2 x$$

für alle  $\alpha \in \mathbb{R}$  und  $x \in V$ .

Entscheiden (und begründen) Sie, ob  $(V, \oplus, \odot)$  ein Vektorraum ist. Falls nein, geben Sie die Vektorraumeigenschaften an, die nicht erfüllt sind.

**Übung 7.4.** Entscheiden Sie, ob die folgenden Mengen  $U$  Unterräume der angegebenen Vektorräume  $V$  sind.

(a)  $U = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(7) = 3\}$ ,  $V = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}$   
Hier definiert man  $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$  und  $(cf)(x) = cf(x)$ ,  $c \in \mathbb{R}$ .

(b)  $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y - 3z = 4\}$ ,  $V = \mathbb{R}^3$ .

(c) Folgen mit unendlich vielen Nulleinträgen im Vektorraum  $\mathbb{R}^\infty$  aller Folgen in  $\mathbb{R}$ . (Addition, Multiplikation komponentenweise)

(d) Monoton fallende Folgen

(e) Beschränkte Folgen

(f) Konvergente Folgen