

Mathematik A (ET) Wintersemester 2022/23

10. Übungsblatt (18.01.2023)

Beispiel 10.1. Approximieren Sie $f(x) = \sqrt{x}$ an der Stelle $x_0 = 9$ durch eine Gerade. Benutzen Sie zur Berechnung von $f'(x_0)$ die Definition der Differenzierbarkeit einer Funktion in einem Punkt. (2 Pkt.)

Beispiel 10.2. Bestimmen Sie den größten Bereich, in dem die Funktion (3 Pkt.)

$$f(x) = ||x - 3| - (x - 2)^2|$$

differenzierbar ist.

Beispiel 10.3. Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen mithilfe der Ableitungsregeln (Quotientenregel, Kettenregel, Produktregel etc.): (3 Pkt.)

(a) $f_1(x) = \ln(\ln(\ln(x)))$

(b) $f_2(x) = x(-1 + \ln x)$

(c) $f_3(x) = \frac{x^2 + 2\sqrt{x} \cos(x)}{1 - x^2}$

Beispiel 10.4. Berechnen Sie die Ableitung von $\operatorname{arsinh}(x)$ mithilfe der Ableitungsregel für die Umkehrfunktion. (2 Pkt.)

Beispiel 10.5. Sei $f(x) = \ln x$. Berechnen Sie allgemein $f^{(n)}(x)$, die n -te Ableitung von $f(x)$ (wobei $n \in \mathbb{N}$), und beweisen Sie die Behauptung mit vollständiger Induktion. (2 Pkt.)